La storia dell'orso

problemi di matematica
per sorridere e pensare
raccolti e commentati da Paolo Delise

Nuova edizione riveduta e corretta

Trieste, 5 aprile 2025

Indice generale

Premessa..15
Bibliografia e ringraziamenti..16
1 Problemi curiosi...17
1.1 La storia dell'orso..17
1.2 Il passo del gatto...17
1.3 Il gatto mangia il topo...17
1.4 La coloritura delle carte geografiche...17
1.5 Tre pizze troppo care..17
1.6 Il viandante al bivio...17
1.7 Due monete...18
1.8 Il Presidente della Repubblica..18
1.9 Una scala penzola da una nave...18
1.10 L'interrogazione a sorpresa...18
1.11 Un problema di logica...18
1.12 Successione di ideogrammi o geroglifici?..19
1.13 La parola d'ordine...19
1.14 Salvare capra e cavolo...19
1.15 Un tappo particolare..19
1.16 Chi è il più forte..19
1.17 Tre mariti gelosi..19
1.18 I capelli in testa..20
1.19 Quante biciclette hanno i cinesi...20
1.20 Il sovraffollamento delle carceri..20
1.21 Il coccodrillo...20
1.22 Un viaggio in autobus...20
1.23 Gli anelli incatenati...21
1.24 Un numero molto strano...21
1.25 La buona figliola...21
1.26 Calzini..21
1.27 Il tarlo dei libri...22
1.28 Due successioni..22
1.29 L'autista di un autobus...22
1.30 I mesi dell'anno...22
1.31 Fiat lux..22

1.32 Il bosco....22
1.33 L'età di Michela....22
1.34 Una nuotata....23
1.35 Un mazzo di fiori....23
1.36 Con la calcolatrice....23
1.37 Una scoperta geniale....23
1.38 Sei figli e cinque patate....23
1.39 Venti....23
1.40 Un caffè amaro....24
1.41 Un portamonete pieno di Euro....24
1.42 Numeri primi capovolti....24
1.43 Un fustino di detersivo....24
1.44 Ventuno....24
1.45 Un ponte pericolante....24
1.46 Io sono il Papa....24
1.47 Un cane legato per il collo....25
1.48 Inflazione....25
1.49 Frasi strane....25
1.50 Un cerchio con due rette....25
1.51 Scavalcare una matita....25
1.52 Un'altra successione ancora....25
1.53 Una casa....25
1.54 Un'altra casa....26
1.55 Tante case....26
1.56 Tre sacchetti di confetti....26
2 Problemi di calcolo....27
2.1 L'età dei tre fratelli....27
2.2 I due fratelli, pecorai, scozzesi....27
2.3 La moltiplicazione delle amebe....27
2.4 Tre ladri e la damigiana....27
2.5 Stenaritmia 1....28
2.6 Stenaritmia 2....28
2.7 Un cuoco e le sue uova....28
2.8 Il taglio della corda....28
2.9 La lumaca ed il muro....28

2.10 Le dita di una mano....28
2.11 Una divisione facile....29
2.12 Le monete false....29
2.13 23 perle....29
2.14 4 numeri importanti....29
2.15 Due bottiglie da un litro....29
2.16 La fondazione di Roma....29
2.17 Un divisore....29
2.18 Quattro conti....30
2.19 Il numero più grande....30
2.20 Un centesimo di Euro....30
2.21 Somme di numeri....30
2.22 Una successione....30
2.23 Le azioni salgono e scendono....31
2.24 Una somma....31
2.25 In che giorno sono nato?....31
2.26 Una moltiplicazione robusta....31
2.27 Le cuciture del pallone di calcio....31
2.28 Il prodotto di cinque numeri consecutivi....31
2.29 Ancora con gli anni....31
2.30 Un numero di 5 cifre....31
2.31 Ancora con i fratelli....32
2.32 Un cubo....32
2.33 Un problema di palline....32
2.34 Viale del tramonto....32
2.35 Dimmi chi 6....32
2.36 Tre per tre....32
2.37 Misure strane 1....33
2.38 Misure strane 2....33
2.39 Mezzi litri....33
2.40 L'orologio della torre....33
2.41 Un'altra moltiplicazione robusta....33
2.42 Le pastiglie....33
2.43 Una semplice operazione....33
2.44 Dimmi chi...5....33

2.45 Un tamponamento....33
2.46 I gradini per casa mia....34
2.47 1999....34
2.48 La somma dei primi n numeri dispari....34
2.49 Un numero periodico....34
2.50 1024 euro....34
2.51 I numeri da 1 a 6....34
2.52 I quadrati tra 50 e 59....35
2.53 La somma dei primi n numeri pari....35
2.54 Le lancette dell'orologio (primo problema)....35
2.55 Le lancette dell'orologio (secondo problema)....35
2.56 Le lancette dell'orologio (terzo problema)....35
2.57 Un foglio di carta....35
3 Problemi di geometria....37
3.1 Tutte le circonferenze sono uguali....37
3.2 Rompicapo geometrico....37
3.3 Area di una figura....37
3.4 Un angolo retto ed uno ottuso sono congruenti....37
3.5 La diagonale del quadrato....38
3.6 Il foro di una sfera....38
3.7 Ritagliare una figura....38
3.8 Tre monete....39
3.9 Due tovaglie....39
3.10 Due strade....39
3.11 Tutti i triangoli sono isosceli....39
3.12 Un'altra area....40
3.13 Gli anelli olimpici....40
3.14 La trisezione del cerchio....40
3.15 I perimetri dei rettangoli....40
3.16 L'Euro a rotoli....40
3.17 Antico Egitto....40
3.18 Un colpo di spugna....41
3.19 Tappo tondo o tappo quadrato....41
3.20 La mosca e il ragno....41
3.21 Un fossato troppo largo....41

3.22 Contare i vertici....42
4 Problemi di algebra....43
4.1 Indovina un numero....43
4.2 Paradosso algebrico....43
4.3 Un topo ed un elefante....43
4.4 Tre coppie di coniugi....43
4.5 Mescolare acqua e vino....44
4.6 9=5....44
4.7 Somme di infiniti numeri....44
4.8 Ancora sulle serie....44
4.9 L'eredità dello sceicco....44
4.10 Un secchio di sabbia....45
4.11 Una partita di angurie....45
4.12 Un sistema difficile....45
4.13 Un numero a piacere....45
4.14 Un prodotto di binomi....45
4.15 Il numero più grande....45
4.16 Somma di fattori....45
4.17 Cento CD....46
4.18 Il prodotto di 4 numeri interi consecutivi....46
4.19 Due damigiane....46
4.20 La piramide umana secondo Tartaglia....46
5 Problemi di fisica....47
5.1 Vasca Archimedea per il Moto Perpetuo (VAMP)....47
5.2 Un problema di trasporti....47
5.3 Un problema di mattoni....47
5.4 La velocità di un'automobile....47
5.5 E ancora un problema sulle ruote....48
5.6 Due sfere uguali....48
5.7 Il barcaiolo ed il fiasco di vino....48
5.8 La gita in montagna....48
5.9 Una pentola, un bicchiere ed un cucchiaino....48
5.10 Viaggi aerei....49
5.11 Un giro veloce....49
5.12 Scuola di cucina....49

6 Problemi di topologia......50
6.1 Nove punti......50
6.2 L'anello di Möbius......50
6.3 Anelli concatenati......50
6.4 Acqua, luce e gas......50
6.5 Piegare un foglio di carta e poi tagliare......50
6.6 Scacchiera e domino......50
7 Problemi di probabilità e calcolo combinatorio......52
7.1 Tre monete......52
7.2 Partite in famiglia......52
7.3 Un'eredità difficile......52
7.4 Due fidanzate e gli orari della metropolitana......52
7.5 Compleanno insieme......53
7.6 Maschi e femmine......53
7.7 Gli uomini litigiosi......53
7.8 Come vincere alla roulette......53
7.9 Ancora sulla roulette......53
7.10 Ancora con il totocalcio......54
7.11 Le pistole del West......54
7.12 Eventi improbabili......54
7.13 Voglio un figlio maschio......54
8 Giochi......55
8.1 Il Nim......55
8.2 Il Nim: versione con i fiammiferi......55
8.3 Una variante della tria......55
8.4 Disporre 5 monete......55
8.5 Disporre 6 matite......55
8.6 Due bulloni......55
8.7 Milleottantanove......55
8.8 Precognizione 1......56
8.9 Precognizione 2......56
8.10 Pensare ad un numero da 1 a 63......56
8.11 Pensare ad un numero tra 10 e 99......57
9 Matematica è arte?......58
9.1 I sette messaggeri......58

9.2 La sezione aurea....62
9.3 L'uomo di Leonardo....63
9.4 L'insieme di Mandelbrot....64
RISPOSTE....66
1 Problemi curiosi....66
1.1 La storia dell'orso....66
1.2 Il passo del gatto....66
1.3 Il gatto mangia il topo....66
1.4 La coloritura delle carte geografiche....67
1.5 Tre pizze troppo care....67
1.6 Il viandante al bivio....67
1.7 Due monete....67
1.8 Il Presidente della Repubblica....67
1.9 Una scala penzola da una nave....67
1.10 L'interrogazione a sorpresa....67
1.11 Un problema di logica....67
1.12 Successione di ideogrammi o geroglifici?....68
1.13 La parola d'ordine....68
1.14 Salvare capra e cavolo....68
1.15 Un tappo particolare....68
1.16 Chi è il più forte....68
1.17 Tre mariti gelosi....68
1.18 I capelli in testa....69
1.19 Quante biciclette hanno i cinesi....69
1.20 Il sovraffollamento delle carceri....69
1.21 Il coccodrillo....69
1.22 Un viaggio in autobus....70
1.23 Gli anelli incatenati....70
1.24 Un numero molto strano....70
1.25 La buona figliola....70
1.26 Calzini....70
1.27 Il tarlo dei libri....70
1.28 Due successioni....71
1.29 L'autista di un autobus....71
1.30 I mesi dell'anno....71

1.31 Fiat lux....71
1.32 Il bosco....71
1.33 L'età di Michela....71
1.34 Una nuotata....71
1.35 Un mazzo di fiori....71
1.36 Con la calcolatrice....71
1.37 Una scoperta geniale....72
1.38 Sei figli e cinque patate....72
1.39 Venti....72
1.40 Un caffè amaro....72
1.41 Portamonete pieno di Euro....72
1.42 Numeri primi capovolti....72
1.43 Un fustino di detersivo....73
1.44 Ventuno....73
1.45 Un ponte pericolante....73
1.46 Io sono il Papa....73
1.47 Un cane legato per il collo....73
1.48 Inflazione....74
1.49 Frasi strane....74
1.50 Un cerchio con due rette....74
1.51 Scavalcare una matita....74
1.52 Un'altra successione ancora....74
1.53 Una casa....74
1.54 Un'altra casa....74
1.55 Altre case....74
1.56 Tre sacchetti di confetti....75
2 Problemi di calcolo....76
2.1 Le età dei tre fratelli....76
2.2 I due fratelli pecorai scozzesi....76
2.3 La moltiplicazione delle amebe....76
2.4 I tre ladri e la damigiana....76
2.5 Stenaritmia 1....76
2.6 Stenaritmia 2....77
2.7 Un cuoco e le sue uova....77
2.8 Il taglio della corda....77

2.9 La lumaca ed il muro......77
2.10 Le dita di una mano......77
2.11 Una divisione facile......77
2.12 Le monete false......77
2.13 23 perle......78
2.14 4 numeri importanti......78
2.15 Due bottiglie da un litro......78
2.16 La fondazione di Roma......78
2.17 Un divisore......78
2.18 Quattro conti......79
2.19 Il numero più grande......79
2.20 Un centesimo di Euro......79
2.21 Somme di numeri......80
2.22 Una successione......80
2.23 Le azioni salgono e scendono......80
2.24 Una somma......80
2.25 In che giorno sono nato?......80
2.26 Una moltiplicazione robusta......80
2.27 Le cuciture del pallone di calcio......81
2.28 Il prodotto di cinque numeri consecutivi......81
2.29 Ancora con gli anni......81
2.30 Un numero di cinque cifre......81
2.31 Ancora con i fratelli......81
2.32 Un cubo......81
2.33 Un problema di palline......82
2.34 Viale del tramonto......82
2.35 Dimmi chi 6......82
2.36 Tre per tre......82
2.37 Misure strane 1......83
2.38 Misure strane 2......83
2.39 Mezzi litri......83
2.40 L'orologio della torre......83
2.41 Un'altra moltiplicazione robusta......83
2.42 Le pastiglie......83
2.43 Una semplice operazione......83

2.44 Dimmi chi... 5.....83
2.45 Un tamponamento.....83
2.46 I gradini per casa mia.....84
2.47 1999.....84
2.48 La somma dei primi n numeri dispari.....84
2.49 Un numero periodico.....84
2.50 1024 Euro.....84
2.51 I numeri da 1 a 6.....85
2.52 I quadrati tra 50 e 59.....85
2.53 La somma dei primi n numeri pari.....85
2.54 Le lancette dell'orologio (primo problema).....85
2.55 Le lancette dell'orologio (secondo problema).....85
2.56 Le lancette dell'orologio (terzo problema).....86
2.57 Un foglio di carta.....86
3 Problemi di geometria.....88
3.1 Tutte le circonferenze sono uguali.....88
3.2 Rompicapo geometrico.....88
3.3 Area di una figura.....88
3.4 Un angolo retto ed uno ottuso sono congruenti.....88
3.5 La diagonale del quadrato.....88
3.6 Il foro di una sfera.....88
3.7 Ritagliare una figura.....88
3.8 Tre monete.....88
3.9 Due tovaglie.....89
3.10 Due strade.....89
3.11 Tutti i triangoli sono isosceli.....89
3.12 Un'altra area.....89
3.13 Gli anelli olimpici.....89
3.14 La trisezione del cerchio.....89
3.15 I perimetri dei rettangoli.....90
3.16 L'Euro a rotoli.....90
3.17 Antico Egitto.....90
3.18 Un colpo di spugna.....90
3.19 Tappo tondo o tappo quadrato.....91
3.20 La mosca e il ragno.....91

3.21 Un fossato troppo largo....91
3.22 Contare i vertici....92
4 Problemi di algebra....93
4.1 Indovina un numero....93
4.2 Paradosso algebrico....93
4.3 Un topo ed un elefante....93
4.4 Tre coppie di coniugi....93
4.5 Mescolare acqua e vino....93
4.6 9=5....94
4.7 Somme di infiniti numeri....94
4.8 Ancora sulle serie....94
4.9 Un'altra eredità dello sceicco....94
4.10 Un secchio di sabbia....95
4.11 Una partita di angurie....95
4.12 Un sistema difficile....95
4.13 Un numero a piacere....95
4.14 Un prodotto di binomi....95
4.15 Il numero più grande....95
4.16 Somma di fattori....96
4.17 Cento CD....96
4.18 Il prodotto di 4 numeri interi consecutivi....96
4.19 Due damigiane....96
4.20 La piramide umana secondo Tartaglia....96
5 Problemi di fisica....98
5.1 La Vasca Archimedea per il Moto Perpetuo....98
5.2 Un problema di trasporti....98
5.3 Un problema di mattoni....98
5.4 La velocità di un'automobile....98
5.5 E ancora un problema sulle ruote....98
5.6 Due sfere uguali....99
5.7 Il barcaiolo ed il fiasco di vino....99
5.8 La gita in montagna....99
5.9 Una pentola, un bicchiere ed un cucchiaino....99
5.10 Viaggi aerei....100
5.11 Giro veloce....100

5.12 Scuola di cucina..100
6 Problemi di topologia...101
6.1 Nove punti...101
6.2 L'anello di Möbius..101
6.3 Anelli concatenati...101
6.4 Acqua, luce e gas..101
6.5 Piegare un foglio di carta e poi tagliare..................................101
6.6 Scacchiera e domino...101
7 Problemi di probabilità e calcolo combinatorio.......................102
7.1 Tre monete..102
7.2 Partite in famiglia...102
7.3 Un'eredità difficile..102
7.4 Due fidanzate e gli orari della metropolitana..........................102
7.5 Compleanno insieme...103
7.6 Maschi e femmine...103
7.7 Gli uomini litigiosi...103
7.8 Come vincere alla roulette..103
7.9 Ancora sulla roulette...104
7.10 Ancora con il totocalcio..104
7.11 Le pistole del West..104
7.12 Eventi improbabili...105
7.13 Voglio un figlio maschio...105
8 Giochi...106
8.1 Il NIM: versione con i numeri..106
8.2 Il NIM: versione con i fiammiferi...106
8.3 Una variante della tria..106
8.4 Disporre 5 monete..106
8.5 Disporre 6 matite..106
8.6 Due bulloni...107
8.7 Milleottantanove...107
8.8 Precognizione 1..107
8.9 Precognizione 2..107
8.10 Pensare ad un numero da 1 a 63...108
8.11 Pensare ad un numero da 10 a 99...108

Premessa

Quasi nessuno dei problemi è mio, sono per lo più stati raccolti nell'arco di 60 anni. Quando li ho letti o conosciuti, mi sono piaciuti; qualcuno, poi, col passare del tempo mi è piaciuto meno, ma non lo ho tolto comunque. In generale non sono problemi difficili e dovrebbero essere compresi e risolti da persone con la preparazione di scuola media superiore.

Per praticità ho diviso i problemi per temi, ma mi rendo conto per primo che la suddivisione è, in gran parte, arbitraria.

Le soluzioni di tutti i problemi sono accennate in fondo, dopo i capitoli su "Matematica è arte".

Può capitare che le soluzioni siano molto stringate e sintetiche: spesso, infatti, sono appunti che mi sono fatto per non dimenticare la soluzione. Ci sono, senza dubbio, errori, Sarò grato a chi me li vorrà segnalare.
In data 9/9/2016 ho rivisto, corretto e modificato tutto il testo, soprattutto nella parte delle soluzioni, ma ci saranno, senza dubbio, ancora tanti errori.

Indirizzo del sito

http://www.delise.it/paolo

Indirizzo del documento

http://www.delise.it/paolo/matematica/problemi.php

Questo testo è stato scritto usando OpenOffice.org e LibreOffice.org in ambiente Linux. I caratteri usati appartengono, per lo più, alla famiglia Latin Modern Roman e latin Modern Sans reperibili all'indirizzo

http://www.gust.org.pl/projects/e-foundry/latin-modern

I codici qr sono stati generati con qrencode

Bibliografia e ringraziamenti

M. Gardner, Enigmi e giochi matematici, Sansoni, voll. 1,2,3,4,5
C. Sintini, Quiz e giochi matematici, Longanesi
I. Ghersi, Matematica dilettevole e curiosa, Hoepli
G Gamow, Mr Tompkins, l'atomo e l'universo, Mondadori
Theoni Pappas, Le Gioie della matematica, Muzzio
N Vilenkin, Combinatorial mathematics for recreation, Mir
I. Moscovich, Rompicapi: giochi con la probabilità, Mondadori
Testi dei giochi di Archimede - olimpiadi della matematica, Unione Matematica Italiana.
Testi dei campionati internazionali di giochi matematici - centro eleusi dell'Università Bocconi
Giochi matematici a cura di media.net - Muro Lucano (PZ)
P. Toni, Disfide matematiche a scuola, ed. Muzzio
.DEV, Gruppo Editoriale Infomedia, numeri vari, rubrica “Il Dottor Morb”
Alcuni problemi sono stati segnalati da Andrea Bandelli, del Laboratorio dell'Immaginario Scientifico
Alcuni problemi sono stati selezionati nei numeri della rivista elettronica www.rudimathematici.com
Alcuni problemi sono stati scelti nel sito digilander.iol.it/basecinque
Alcuni problemi sono stati presi dal sito www.aenigmatica.it e rielaborati
Tanti colleghi e amici, tra i quali cito Alessandro Bonetti, ma soprattutto Giorgio Dendi.

1 Problemi curiosi

1.1 La storia dell'orso

Questo è un problema così classico, ma bello, che ho ritenuto di usarlo per dare il titolo all'intera raccolta. Un orso parte dalla sua tana in cerca di cibo. Fatto un km verso sud, ne fa un altro verso est e un terzo verso nord. A questo punto si ritrova nella sua tana. Di che colore è la pelliccia dell'orso?

1.2 Il passo del gatto

Supponiamo che la Terra sia una sfera perfetta, per semplicità e con sufficiente approssimazione di diametro circa 12.000 km e 40.000 km di circonferenza. Supponiamo di tendere lungo l'equatore una corda lunga, appunto, 40.000 km. Poi allunghiamo questa corda lunghissima di un solo metro e, con molta pazienza mettiamo ogni tanto degli spessori lungo tutto l'equatore in modo che la corda sia tesa ed equidistante dalla Terra. Si chiede se un gatto riesce a passare sotto alla corda.

1.3 Il gatto mangia il topo

Se un gatto e mezzo mangia un topo e mezzo in un minuto e mezzo, in quanto tempo 30 gatti mangeranno 60 topi.

1.4 La coloritura delle carte geografiche

Quanti colori sono necessari per colorare una carta geografica se si vuole che due stati confinanti non abbiano mai lo stesso colore?

1.5 Tre pizze troppo care

Tre amici vanno in pizzeria e mangiano tre pizze. Il conto è 30€. Ognuno paga 10€, ma protestano per la spesa eccessiva. Il cameriere fa avere loro uno sconto di 5€. Gli amici si tengono 1€ a testa e danno 2€ al cameriere. Ognuno ha pagato 9€ che in totale fanno 27€. Sommando i 2€ di mancia abbiamo 29€. Che fine ha fatto un Euro?

1.6 Il viandante al bivio

Un viandante giunge ad un bivio dove trova due persone cui chiedere la strada. Egli sa, per fama, che uno di essi dice sempre il vero e l'altro dice sempre il falso. Sa anche che gli lasceranno fare una domanda sola, dopodiché, seccati se ne andranno. Come deve porre la domanda per avere la risposta corretta?

1.7 Due monete

Ho in tasca due monete per un totale di 3€. Una delle due monete non è da 1€. Considerando le monete in corso legale in Italia, questa affermazione può essere vera?

1.8 Il Presidente della Repubblica

Nel 2010 era Presidente della Repubblica l'ottantacinquenne Giorgio Napolitano, nato a Napoli. Noi sappiamo che l'Italia è una repubblica dal 2 giugno 1946. Rispetto al 2010, come si chiamava il Presidente della Repubblica 70 anni prima?

1.9 Una scala penzola da una nave

Una scala penzola da una nave alla fonda in un porto. I gradini sono distanti tra di loro 30 cm e 3 di essi sono immersi nell'acqua. Il livello dell'acqua è di tre metri sotto il livello del molo. Durante le alte maree questo livello si riduce a 2/3 e, in casi eccezionali di un ulteriore 30%. Sapendo che durante queste maree eccezionali la murata della nave è 12 metri più alta del molo, quanti gradini della scala rimarranno immersi?

1.10 L'interrogazione a sorpresa

Un professore dice ad un allievo: "Ti interrogherò la prossima settimana, ma tu non saprai il giorno prima se il giorno dopo ti interrogherò o meno". Può mantenere la parola data? Secondo l'allievo no, in quanto la giornata di sabato va esclusa, altrimenti egli saprebbe al venerdì che al sabato lo interroga; ma, allora, va escluso anche il venerdì, e così pure il giovedì,…

1.11 Un problema di logica

Abbiamo tre coppie di mattoncini Lego, una di due mattoni neri, una di due mattoni bianchi ed una con un mattone nero ed uno bianco. Su tre buste scriviamo le parole Nero-Nero, Bianco-Bianco, Nero-Bianco e dentro nascondiamo le tre coppie in modo che all'interno non ci siano mai i pezzi indicati sulla busta stessa. Quanti mattoncini dovete estrarre dalle buste per conoscere l'intera distribuzione dei pezzi?

1.12 Successione di ideogrammi o geroglifici?

Proseguite la successione riportata qui a fianco.

1.13 La parola d'ordine

Un viandante, ben nascosto, osserva dei briganti entrare in un castello carichi di refurtiva ed uscirne senza. Ne arriva uno e dal castello gli gridano il numero 10; lui risponde 5 ed entra; ne arriva un altro; gli gridano il numero 12; lui risponde 6 ed entra; al terzo gridano il numero 8 cui il brigante risponde con 4 ed entra; al quarto che arriva gridano 6; naturalmente il brigante risponde 3 ed entra. Il viandante si fa allora coraggio e spera, entrando, di poter rubare qualcosa ai ladri. Si affaccia alla porta del castello: gli gridano il numero 4; tranquillo risponde con 2. Ma escono due briganti che lo catturano ed uccidono. Cosa avrebbe dovuto rispondere il viandante per entrare?

1.14 Salvare capra e cavolo

Questo problema è così famoso da aver dato luogo al detto comune riportato come titolo: un contadino ha con sé un lupo, una capra ed un cavolo e deve attraversare un fiume su una barca nella quale può mettere sé e, al più, altri due elementi. Lasciati soli, la capra mangerebbe il cavolo, il lupo mangerebbe la capra. Come fa il contadino a salvare capra e cavolo.

1.15 Un tappo particolare

Con due incisioni sole sapreste adattare un normale tappo a tappare un foro triangolare.

1.16 Chi è il più forte

Se A è più forte di B e B è più forte di C, posso concludere che A è più forte di C?

1.17 Tre mariti gelosi

Questa è una variante più complessa della capra e del cavolo. Tre mariti gelosi, a,b,c devono passare con le mogli A, B e C oltre un fiume con una barca a due posti. Sapete come fare a traghettarli in modo che ogni moglie non stia insieme ad un altro uomo senza il marito?

1.18 I capelli in testa

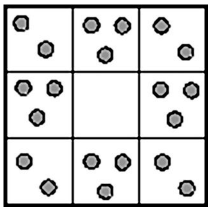
In una città di 250.000 abitanti, pressappoco come Trieste, ci sono due persone che hanno lo stesso numero di capelli in testa?

1.19 Quante biciclette hanno i cinesi

Sappiamo dalla televisione che i cinesi vanno in bicicletta, e la televisione ha sempre ragione. In un paese cinese ci sono 33 famiglie. Di esse, un certo numero ha una bicicletta, un certo numero ne ha due e un altro numero di famiglie ne ha tre. Sapendo che le famiglie che hanno tre biciclette sono in numero uguale a quelle che ne hanno una sola, quante biciclette ci sono nel villaggio?

1.20 Il sovraffollamento delle carceri

In un carcere ci sono venti prigionieri distribuiti in 8 celle (la centrale è il cortile). Come si può notare, in ogni ala del carcere ci sono sette prigionieri. Sapreste ridistribuire i prigionieri in modo che ce ne siano solo 6 per ogni ala (contribuendo così alla diminuzione della popolazione carceraria!).



1.21 Il coccodrillo

Ai coccodrilli piacciono i bambini, nel senso che li trovano deliziosi, perché hanno la carne tenera. Un coccodrillo, rapisce, sulle rive del Nilo, un bambino. Ma la mamma lo insegue e lo implora di restituirglielo. “Te lo restituirò se indovinerai quello che farò di tuo figlio” gli rispose il coccodrillo. Cosa rispose la madre?

1.22 Un viaggio in autobus

Due località sono unite da un servizio di autobus con una frequenza di uno ogni 10 minuti. L'autobus impiega un'ora a percorrere la distanza e non si ferma mai al capolinea se non il tempo necessario ad imbarcare e sbarcare i passeggeri. Quanti autobus che fanno la stessa linea incontra il conducente di uno di questi durante un viaggio?

1.23 Gli anelli incatenati

Supponete di avere un numero sufficiente di coppie di anelli incatenati tra di loro. Per tagliare ed aprire un anello occorre un minuto; per saldare un anello aperto ne occorrono 5. Qual è il tempo minimo necessario per formare una catena di 10 anelli?

1.24 Un numero molto strano

Sia x un numero di 3 cifre; sia a il numero ottenuto premettendo 1 ad x e b quello che si ottiene scrivendo un 1 a destra di x. Determinare x in modo che b=7a.

È a=1000+x e b=10x+1; inoltre b=7a. Abbiamo un sistema di 3 equazioni in tre incognite. Risolvendolo troviamo che 10x+1=7(1000+x) da cui 3x=6999 ed x=2333. Ma x ha 4 cifre, mentre noi avevamo imposto che ne dovesse avere 3. Com'è possibile che un numero di tre cifre ne abbia quattro?

1.25 La buona figliola

Un ricco uomo malvagio, dedito, tra l'altro, all'usura sta cercando di rovinare un buon uomo che, incautamente, si è rivolto a lui per un prestito. La figlia di quest'ultimo, bella, buona, ma anche brava, va a parlare con l'usuraio, per convincerlo a non perseguitare il padre. Trova il malvagio nel suo giardino e comincia a supplicarlo. Questi, ammaliato dalla bellezza della ragazza, le propone una scommessa: metterà in una busta due pietruzze del suo giardino, una bianca ed una nera. Lei ne estrarrà una: se sarà la bianca, il debito del padre sarà condonato, se sarà la nera, non solo al padre non verrà condonato il debito, ma anche lei sarà sua. Disperata la ragazza accetta, ma si accorge, con orrore, che l'uomo, di nascosto, mette nella busta due pietruzze nere. La ragazza non può accusarlo di frode, perché altrimenti l'uomo rifiuterà la scommessa e rovinerà il padre; come farà per salvarlo e salvare anche se stessa?

1.26 Calzini

Nel cassetto del comodino ci sono 10 calzini bianchi e sei neri. Quanti ne dovete tirare fuori, al buio, per essere sicuri di averne due dello stesso colore?

1.27 Il tarlo dei libri

Un'opera in tre volumi è posta, ordinatamente, sugli scaffali di una biblioteca. Ogni volume ha 100 pagine, comprese quelle di copertina. Un tarlo scava una galleria cominciando dalla prima pagina del primo volume, poi prosegue per tutto il secondo ed arriva fino alla pagina 100 del terzo, Quanti fogli ha perforato?

1.28 Due successioni

Quali sono i due termini seguenti delle successioni U-D-T-Q-C-S-S-O... e 3-3-3-6-6-3-5-4... (dove i trattini sono dei separatori e non dei segni meno)?

1.29 L'autista di un autobus.

Stanotte hai fatto un sogno. Guidavi un autobus. Lungo il tragitto c'erano 6 fermate. Alla partenza c'erano 20 persone a bordo. Ad ogni fermata salgono 4 passeggeri e ne scendono 3. L'autobus impiega 20 minuti per completare la sua corsa. Quanti anni ha l'autista?

1.30 I mesi dell'anno

Sette mesi hanno 31 giorni. Quanti ne hanno 28?

1.31 Fiat lux

Hai un solo fiammifero ed entri in una stanza buia e fredda. Nella stanza ci sono una candela, una lampada ad olio ed un caminetto con della legna da ardere. Che cosa accendi per primo?

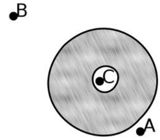
1.32 Il bosco

Fino a quando potete addentrarvi in un bosco?

1.33 L'età di Michela

Siamo il primo gennaio. L'altro ieri Michela aveva 15 anni e l'anno prossimo ne farà 18. Come è possibile?

1.34 Una nuotata



La figura mostra un isolotto al centro di un lago di diametro 40 metri. I tre punti A e B e C rappresentano tre alberi. Una persona che non sa nuotare vuole raggiungere l'isolotto. Dispone di una corda lunga solo 50 metri. Come può la persona raggiungere l'isolotto senza affogare?

1.35 Un mazzo di fiori

Come è fatto un mazzo di fiori in cui ci sono tutti iris tranne due, tutte rose tranne due, tutti garofani tranne due?

1.36 Con la calcolatrice

Scrivete su una calcolatrice il numero **135**. Premendo il minimo numero di tasti fate in modo che la calcolatrice dia come risultato sei.

1.37 Una scoperta geniale

Giorgio Dendi ha scoperto un teorema matematico che gli garantirà l'immortalità. Nel piano riusciamo a fare tutti i poligoni regolari che vogliamo: ad esempio, c'è la figura regolare con 73 lati, quella con 183 e qualunque altra con almeno 3 lati. Nello spazio troviamo i 5 solidi che conosciamo: tetraedro, esaedro, ottaedro, dodecaedro e icosaedro. Per quanto riguarda gli spazi a più di tre dimensioni ci sono 6 figure regolari a 4 dimensioni, 3 figure regolari a 5 dimensioni e poi sempre 3 figure regolari, nello spazio a 6, a 7… dimensioni. Sinora nessuno ha mai trovato una formula che leghi il numero di figure alla dimensione degli spazi. Giorgio Dendi l'ha trovata.

1.38 Sei figli e cinque patate

Una madre ha 6 figli e 5 patate. Come può distribuire uniformemente le patate tra i figli? Non valgono le frazioni.

1.39 Venti

Trovare cinque cifre dispari che diano come somma 20.

1.40 Un caffè amaro

Avete 14 zollette di zucchero e tre tazzine di caffè. Ognuna va addolcita con un numero dispari di zollette. Come?

1.41 Un portamonete pieno di Euro

In un portamonete ci sono 16 €. Ne perdi 9; cosa resta nel portamonete?

1.42 Numeri primi capovolti

Prendiamo il numero 16. Esso può essere ruotato di 180° e letto come 91. Secondo voi esistono numeri primi che possono essere letti capovolti e restare primi? Limitatevi a due o tre cifre.

1.43 Un fustino di detersivo

In ogni fustino di detersivo si trova un bollino premio. Ogni 10 bollini il negoziante vi dà un fustino gratis. Quanti bollini costa il fustino?

1.44 Ventuno

Scegli 6 cifre della tabella seguente in modo che la loro somma faccia 21.

9	9	9
8	8	8
1	1	1

1.45 Un ponte pericolante

Un ponte è in grado di reggere al massimo un peso di 75 kg. Prima di accedere al ponte dovete pesarvi. Pesate 75,042 kg. C'è davanti al ponte un venditore di palloncini gonfi di elio. Ogni palloncino costa 0,10 € e, se lo tenete in mano, vi alleggerisce di 10 grammi. Quanti palloncini dovete, come minimo comperare?

1.46 Io sono il Papa

Partendo da premesse false è lecito trarre qualunque conclusione. Sapreste dimostrare che se 1=2 io sono il Papa?

1.47 Un cane legato per il collo

In cortile c'è un cane legato per il collo con una corda lunga 5 m. C'è anche un meraviglioso osso che, però, è posto a 6 m di distanza dal cane. Il cane, tuttavia, riesce a prendere l'osso senza alcuna difficoltà. Come si spiega?

1.48 Inflazione

Un euro è uguale ad 1 centesimo di euro. Infatti

$$1€ = 100\ ¢ = (10\ ¢)^2 = (0{,}1\ €)^2 = 0{,}01\ €\ \text{(c.v.d)}$$

1.49 Frasi strane

Le seguenti frasi

MI SONO FERITO AL NASO

SARO' BRAVISSIMO

hanno una caratteristica comune. Chi la trova?

1.50 Un cerchio con due rette

Sapete disegnare un cerchio con due linee rette? (dal numero 11 della rivista "L'eredità")

1.51 Scavalcare una matita

Scommettereste che è impossibile scavalcare, con un passo e senza toccarla, una matita posata per terra?

1.52 Un'altra successione ancora

Continuate questa successione: 1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, …

1.53 Una casa

Mi voglio costruire una casa, a pianta quadrata, su ogni parete una finestra, ma voglio che tutte le finestre diano verso sud. Che istruzioni devo dare all'architetto? Per questo problema ed i due successivi grazie a Giorgio Dendi ed ai suoi amici.

1.54 Un'altra casa

Mi voglio costruire una casa, a pianta quadrata, che abbia su ogni parete una finestra, e che attraverso ogni finestra si possa guardare a sud. Naturalmente la casa deve essere diversa da quella del problema precedente.

1.55 Tante case

Siamo 4 amici e ci vogliamo costruire quattro case distinte ed ognuna deve avere tutte le finestre che danno verso sud.

1.56 Tre sacchetti di confetti

Siete riusciti a conquistare tre sacchetti, che chiameremo A, B e C, con dentro 5 confetti ciascuno. Golosi come siete, ne prendete uno da A, poi uno da B, poi uno da C e poi un altro da B, un altro da A, un altro da B e così via. Qual è il sacchetto che si svuota per primo? Gli altri due hanno lo stesso numero di confetti rimasto? E se i confetti fossero stati 6 per ogni sacchetto?

2 Problemi di calcolo

Qualche nota

Alcuni dei problemi danno per scontato che si sappia calcolare la somma dei primi n numeri interi. Per chi non la conoscesse, la formula, legata a Gauss da una leggenda, è

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1+2+3+4+\ldots+(n-1)+n = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$$

Altri problemi fanno ricorso al fattoriale. Si dice fattoriale del numero n e si scrive n! il prodotto dei primi n numeri interi:

$$n! = \prod_{i=1}^{n} i = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n$$

Vale la pena, poi, ricordare che 0! = 1 e anche 1! =1

2.1 L'età dei tre fratelli

Ci sono tre fratelli. La somma delle loro età è 13. Il prodotto è uguale al numero di casa che non vi dico, perché se anche ve lo dicessi, questo dato non vi consentirebbe di risolvere il problema. Ma se vi dico che il maggiore ha gli occhi azzurri il problema è risolto.

2.2 I due fratelli, pecorai, scozzesi

Due fratelli pecorai scozzesi vendono al mercato tante pecore quanto è il loro valore unitario. A sera, nell'osteria del villaggio, il fratello maggiore divide il ricavato così: “Dieci sterline a me, dieci a te, dieci a me, dieci a te,..., dieci a me e... non ho altre 10 sterline da darti, ma se aggiungo a quanto resta il mio accendino nuovo, tu sai che le parti sono uguali.” Quanto costa l'accendino.

2.3 La moltiplicazione delle amebe

In un bicchiere c'è un'ameba. Ogni giorno l'ameba si divide in due. Dopo 175 giorni il bicchiere è pieno. Quando era pieno a metà?
Variante: e se inizialmente le amebe fossero state due ed il bicchiere pieno dopo 175 giorni?

2.4 Tre ladri e la damigiana

Tre ladri rubano una damigiana di 24 litri di vino. Hanno a disposizione 3 recipienti di 13, 11 e 5 litri. Possono ripartirsi il vino equamente?

2.5 Stenaritmia 1

Calcolate la differenza tra i quadrati di due numeri consecutivi in un tempo inferiore a quello che al vostro compagno occorre per farlo con la calcolatrice.

2.6 Stenaritmia 2

Fare la somma di tre numeri di al più 4 cifre, uno proposto dal vostro compagno e due da voi battendo il vostro avversario che farà il conto con la calcolatrice.

2.7 Un cuoco e le sue uova

Un giorno un cuoco per conquistare tre ragazze regalò loro tutte le uova che aveva. Alla prima dette la metà della uova più mezzo uovo, alla seconda la metà delle uova rimaste più mezzo uovo e, date alla terza la metà delle uova che aveva più mezzo uovo rimase, come si è già detto prima, senza uova. Quante uova aveva.

2.8 Il taglio della corda

Uno spago è lungo 28 metri. Ogni giorno se ne tagliano 2. In quanti giorni si sarà finito di tagliare?

2.9 La lumaca ed il muro

Una lumaca deve scalare il muro di un orto alto 7 metri. Ogni giorno sale di 4 metri. La notte, però, scende di 3. Così in 24 ore sale di 1 metro. Dopo quanti giorni si troverà in cima al muro.

2.10 Le dita di una mano

Quante dita ha una mano? Cinque. Un gioco che mi veniva proposto da bambino dimostrava che 5+5=9. Bastava infatti contare due volte le dita della mano così: pollice (1), indice (2), medio (3), anulare (4), mignolo (5), anulare (6), medio (7), indice (8) e pollice (9). Il problema che vi pongo, però, è un altro: contando sulle dita di una mano in questo modo, su che dito mi fermerò quando arriverò contando fino all'anno in cui siamo?.

2.11 Una divisione facile

Si pensi ad un numero compreso tra 1 e 99. Sia il numero AB. Si scriva il numero composto dalla sequenza delle cifre ABABAB. Qual è il resto della divisione per 7 di questo nuovo numero?

2.12 Le monete false

Ci sono 6 pile di 10 monete. Le monete sono tutte uguali tranne in una fila in cui le monete, essendo false, sono più leggere. Sapreste individuarle con una pesata sola, conoscendo il peso di una moneta?

2.13 23 perle

Ripartire 23 perle in cinque parti in modo che unendo alcune delle parti si possa ottenere un numero qualsiasi tra 1 e 23.

2.14 4 numeri importanti

Trovare 4 numeri che si possono sommare o sottrarre tra di loro in modo da ottenere tutti i numeri tra 1 e 40.

2.15 Due bottiglie da un litro

Si abbiano due bottiglie di un litro: la prima è inizialmente piena di vino, la seconda vuota. Travasiamo una quantità arbitraria di vino dalla prima bottiglia alla seconda e riempiamo la seconda completamente di acqua. Dalla seconda bottiglia, ora, prendiamo parte della miscela e riempiamo la prima. Qual è la quantità minima di vino che si avrà nella prima bottiglia?

2.16 La fondazione di Roma

Ora vi racconterò la vera storia della fondazione di Roma. Quando Romolo decise di fondare Roma ricevette dall'oracolo degli dei l'ordine di tracciare con l'aratro un solco che la delimitasse. Doveva tracciare un solco chiuso, e completarlo in una giornata. Conoscendo la lunghezza di un solco che riusciva a tracciare in una giornata, che forma dette Romolo alla sua città in modo da avere la massima superficie?

2.17 Un divisore

Sapreste trovare, senza fare i conti necessari, un fattore di 1989^4+4 ?

2.18 Quattro conti

Partendo dal numero 30 ed eseguendo in cascata ma nell'ordine che preferite voi, le seguenti operazioni +4, -4, $\cdot 5$ e :2 qual è il massimo numero che si ottiene?

2.19 Il numero più grande

Qual è il numero più grande che si può scrivere con tre cifre?

2.20 Un centesimo di Euro

Considerate un nonno ed un nipote; l'intervallo medio di età tra i due è di circa 50 anni. Chiedete a vostro nonno di pensare a suo nonno: quest'ultimo avrà visto cose accadute 100 e più anni fa. Ad esempio il nonno di mio nonno aveva visto l'Imperatore Francesco Giuseppe passare in carrozza per Isola d'Istria, suo paese natale (del nonno di mio nonno, non di Francesco Giuseppe); passò e disse agli Isolani “Seminate patate”, dimenticando che le patate, che si coltivavano bene sulle colline circostanti, non si riproducevano per seme; da questo l'epiteto di “Patata” con cui l'imperatore veniva chiamato in quel paese. Tanto per vedere quanto è breve la storia dell'uomo, mettete in fila voi, vostro nonno, il nonno di vostro nonno, e così avanti di nonno in nonno. Il quattordicesimo nonno della fila potrebbe aver conosciuto Dante Alighieri; il 40° potrebbe aver conosciuto Gesù, il 100° potrebbe aver inventato la ruota. Ora supponete che il vostro 40° antenato, nell'anno 0 abbia depositato in banca l'equivalente di un centesimo si euro di oggi e che questo centesimo abbia continuato a fruttare in questi 2000 anni un tasso del 2%, ragionevole vista la durata del vincolo. Quale eredità vi trovereste oggi?

2.21 Somme di numeri

Sapreste calcolare la somma dei primi 11 numeri dispari, senza calcolatrice e in meno di un secondo?

2.22 Una successione

Trovate il numero più grande della successione $\sqrt[n]{n}$.

2.23 Le azioni salgono e scendono

Lunedì abbiamo acquistato delle azioni che martedì hanno perso il 10% del loro valore. Prendiamo paura e siccome al mercoledì hanno riguadagnato il 10% rispetto a martedì le rivendiamo e così siamo in pari. È corretto il nostro ragionamento?

2.24 Una somma

Qual è la cifra delle unità di $1^2+2^2+3^2...+...1996^2$?

2.25 In che giorno sono nato?

Sono nato il primo marzo di un anno che aveva 53 sabati e 53 domeniche. In che giorno sono nato?

2.26 Una moltiplicazione robusta

Sia m=999...999 il numero formato da 77 cifre uguali a 9 e n=777...777 il numero formato da 99 cifre tutte uguali a 7. Quante cifre ha m x n?

2.27 Le cuciture del pallone di calcio

Il pallone di calcio è ottenuto cucendo 20 pezzi di cuoio a forma esagonale e 12 a forma pentagonale. Una cucitura unisce i lati di due pezzi adiacenti. Qual è il numero delle cuciture.

2.28 Il prodotto di cinque numeri consecutivi

Dati cinque interi consecutivi, cosa si può dire della cifra delle unità del loro prodotto?

2.29 Ancora con gli anni

Scriviamo tutti i numeri naturali in una tabella come quella qui a fianco. In quale riga e in quale colonna si trova il numero 1996?

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15

2.30 Un numero di 5 cifre

Se ad un numero di cinque cifre aggiungiamo a destra un 1 diventa 3 volte più grande che se gli mettiamo un 1 davanti. Che numero è?

2.31 Ancora con i fratelli

Un ragazzo ha tanti fratelli quante sorelle, ma ogni sorella ha metà sorelle che fratelli. Quante sorelle e fratelli ci sono in quella famiglia?

2.32 Un cubo

$$\text{UN} \cdot \text{UN} \cdot \text{UN} = \text{CUBO}$$

Ogni lettera di questa moltiplicazione corrisponde ad una cifra; due lettere differenti corrispondono a due cifre diverse. L'operazione è esatta. Quanto vale UN?

2.33 Un problema di palline

Se avete 36 palline, potete disporle sia su un quadrato di lato 6 biglie che su un triangolo equilatero di lato 8 biglie. Sapreste trovare il lato del più piccolo quadrato e del triangolo equilatero corrispondente che tengano più di 1000 palline?

2.34 Viale del tramonto

Viale del tramonto è un viale lungo 300 metri. Si decide di piantare ai due lati del viale una serie di alberi, distanti 15 metri l'uno dall'altro. Quanti alberi si debbono piantare?

2.35 Dimmi chi 6

Se vi si chiede di completare con delle operazioni l'espressione 2 2 2=6, la soluzione è abbastanza semplice. Sapreste completare l'operazione per 3 3 3=6, 4 4 4=6, 5 5 5=6, ... 9 9 9=6 usando le quattro operazioni, le parentesi e gli operatori matematici che non abbiano bisogno di essere completati da altri numeri (p. es il simbolo di radice quadrata va bene, quello di radice cubica no perché ha bisogno di un indice numerico in più). Non è ammessa nemmeno la funzione int(x) che prende la parte intera e la funzione mod(x,y) che calcola il resto.
Il problema ammette soluzioni, più impegnative, anche per 0 0 0=6, 1 1 1=6 e 10 10 10 = 6.

2.36 Tre per tre

Abbiamo una moltiplicazione nella quale, a lettere uguali corrispondono cifre uguali ed a lettere diverse cifre diverse. Sapete trovare le cifre corrispondenti alle lettere?

		T	R	E	x
		T	R	E	
	*	1	*	6	
*	*	*	*		
*	*	*			
D	I	E	C	I	

2.37 Misure strane 1

Quanto fa un terzo e mezzo di metro?

2.38 Misure strane 2

Se un appartamento misura 256 mezzimetri quadri. Quanti metri quadri misura?

2.39 Mezzi litri

Quanti mezzi litri ci sono in mezza dozzina?

2.40 L'orologio della torre

Se l'orologio di un campanile impiega 12 secondi per battere le quattro, quanti ne impiega per battere il mezzogiorno?

2.41 Un'altra moltiplicazione robusta

Quante cifre ha $3^2 \cdot 4^{18} \cdot 5^{31}$?

2.42 Le pastiglie

Un medico ti dà 4 pastiglie e ti dice di prenderne una ogni mezz'ora. Quante ore durano le pastiglie?

2.43 Una semplice operazione

Dividi 30 per ½ e somma 10. Quanto ottieni?

2.44 Dimmi chi...5

Usando tre 5 e quante operazioni si vuole, ottenere 60.

2.45 Un tamponamento

In un tamponamento a catena sono coinvolte 10 automobili. Quanti sono i paraurti danneggiati?

2.46 I gradini per casa mia

Mi dicono che la mia casa prende fuoco. Allora mi precipito a casa, faccio i gradini a sette a sette, ma … accidenti me ne manca uno; riprovo: faccio i gradini a sei a sei, ma me ne manca ancora uno; provo a 5, a 4 a 3 ed a 2, ma me ne manca sempre uno. Quanti sono al minimo i gradini? E se me ne avanzasse sempre uno?

2.47 1999

1999^4+4 è multiplo di 5? È multiplo di 3?

2.48 La somma dei primi n numeri dispari

Quanto fa la somma dei primi n numeri dispari?

2.49 Un numero periodico

Sia n=30; prendete una calcolatrice e calcolate la seguente formula:

$$f(n)=\frac{\sqrt{\frac{9}{121}*100^n+\frac{(121-44+n)}{121}}}{10^{n-1}}$$

otterrete un numero periodico: 0,27272727...=27/99. È una cosa che mi ha lasciato sempre stupito, come il risultato di questa radice possa essere un numero periodico e quindi razionale.

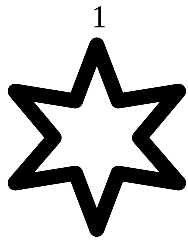
2.50 1024 euro

Avete 1024 euro. Ogni giorno spendete la metà di quello che avete in tasca. Quando resterete senza un euro?

2.51 I numeri da 1 a 6

Completate il disegno qui a fianco aggiungendo tutti i numeri da 2 a 6 in modo che la somma dei numeri di tre vertici consecutivi sia sempre 10 oppure 11. Quante soluzioni trovate? Cosa potete dire delle soluzioni trovate?

2.52 I quadrati tra 50 e 59



È molto semplice calcolare i quadrati tra 50 e 59. Sapete trovare come?

2.53 La somma dei primi n numeri pari

Quanto fa la somma dei primi n numeri pari?

2.54 **Le lancette dell'orologio (primo problema)**

Alle 3 le lancette dell'orologio formano un angolo retto. Alle 3 e un quarto che angolo formano?

2.55 **Le lancette dell'orologio (secondo problema)**

Alle ore 12 le lancette dell'orologio sono sovrapposte. Quante altre volte si sovrapporranno prima di mezzanotte?

2.56 **Le lancette dell'orologio (terzo problema)**

Questo è un poco più difficile dei precedenti. A quali ore della giornata le lancette dell'orologio sono sovrapposte?

2.57 **Un foglio di carta**

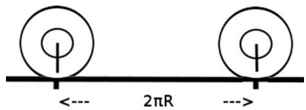
Parliamo di fogli di carta. La normale carta in uso nelle stampanti è di formato A4 ossia 210x297 mm, sappiamo che pesa, di solito, 80 grammi per metro quadro. Di conseguenza, la prima domanda è quanto pesa un foglio di carta? Quanto è spesso un foglio di carta? Il modo migliore per saperlo è prendere una risma di carta, 500 fogli ben impaccati, misurarne lo spessore e dividere per 500. Ho fatto varie misure ed ottenuto risultati un poco diversi, ma una buona stima potrebbe essere 0,08 mm. Prendiamo allora un foglio di carta spesso 0,08mm e pieghiamolo in due. Lo spessore dei due fogli piegati sarà 0,16 mm. Pieghiamolo ancora in due, lo spessore, che è quello di 4 fogli, sarà di 0,32 mm. Se pieghiamo ancora avremo l'equivalente di 8 fogli per uno spessore di 0,64 mm. E così via. Prendiamo allora un foglio abbastanza grande, e cominciamo a piegarlo una volta, due volte, tre volte … Avremo qualcosa di sempre più grosso. La prima domanda è quando a furia di piegare raggiungeremo il soffitto della stanza (2,80 metri)? Dopo 15, 150 o 1500 volte? La seconda: dopo quante pieghe arriveremo ad un'altezza pari a quella della torre Eiffel (324 metri)? Dopo quante pieghe arriveremo alla Luna (384.000 km)? Ed al Sole (147 milioni di km)?

3 Problemi di geometria

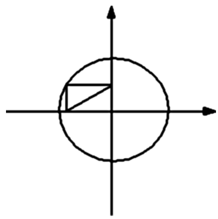
Si è usato simbolo ≅ per indicare la congruenza geometrica.

3.1 Tutte le circonferenze sono uguali

Consideriamo due circonferenze concentriche e solidali. Facendo rotolare la più grande su di un piano per un giro completo essa traccia sul piano la sua lunghezza $2\pi R$. Nello stesso tempo anche l'altra ha fatto un giro completo. Pertanto le due circonferenze sono uguali.

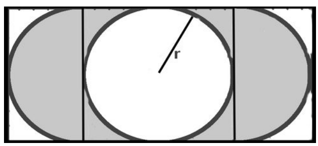


3.2 Rompicapo geometrico



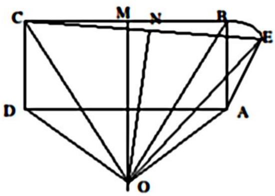
Se la circonferenza ha raggio r quanto vale l'ipotenusa disegnata nella figura qui a fianco?

3.3 Area di una figura



Qual è l'area della figura in grigio?

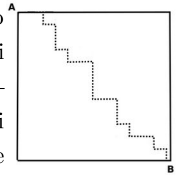
3.4 Un angolo retto ed uno ottuso sono congruenti



Dato un rettangolo ABCD si ruoti attorno al vertice A il lato AB portandolo in E. Sia MO l'asse del segmento CB e del segmento DA. Sia NO l'asse del segmento CE. Essendo O il punto di incontro degli assi DO≅AO; CO≅BO; CO≅EO e di conseguenza BO≅EO.

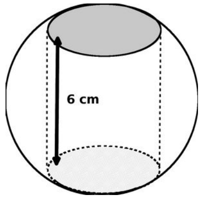
Il ΔCDO ≅ ΔEAO in quanto gli angoli $D\hat{C}O$ ≅ $C\hat{D}O$ in quanto differenza di angoli congruenti, CO≅EO e DC≅EA. Ne consegue che l'angolo $C\hat{D}O$ ≅ $E\hat{A}O$ e, per la differenza di angoli congruenti (il ΔDAO è isoscele) l'angolo $C\hat{D}A$ ≅$E\hat{A}D$ (c.v.d.)

3.5 La diagonale del quadrato



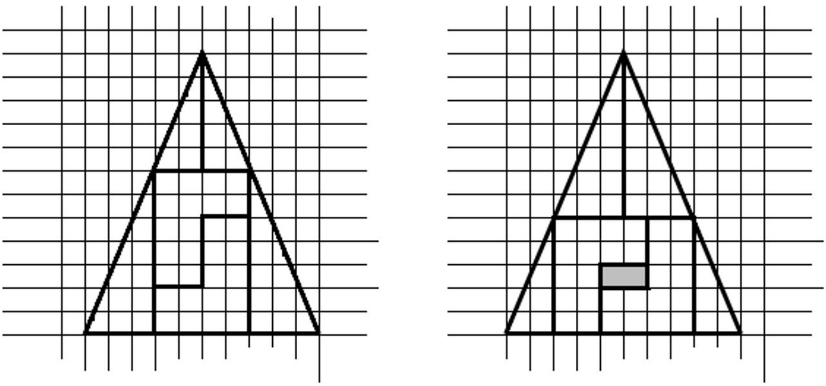
In questo esercizio si dimostra che la diagonale del quadrato di lato 1 è 2, o se si preferisce che la radice di 2 è 2. Infatti qualsiasi spezzata noi tracciamo per unire i vertici A e B della figura sarà lunga 2. Supponiamo di rendere infinitesimi i singoli lati della spezzata: essa coinciderà con la diagonale del quadrato, e per il passaggio al limite, trattandosi di una successione costante di valore 2, anche la diagonale sarà 2.

3.6 Il foro di una sfera



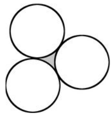
Se foriamo una sfera con un foro, che risulta alto 6 cm, quale sarà il volume della sfera residua?

3.7 Ritagliare una figura



L'operazione di taglio di una figura le fa aumentare la sua area. Consideriamo, infatti un triangolo isoscele delle dimensioni riportate in figura, lo ritagliamo come mostrato nella figura di sinistra e poi lo ricomponiamo come nella figura di destra. Come è possibile che sia rimasto fuori il rettangolo grigio? Il triangolo ottenuto abbia un'area maggiore? O forse nella ricomposizione si sono ristrette le figure?

3.8 Tre monete



Abbiamo tre monete di raggio arbitrario 1, messe una tangente all'altra in modo da formare un triangolo; quanto vale l'area lasciata libera tra le tre monete al centro?

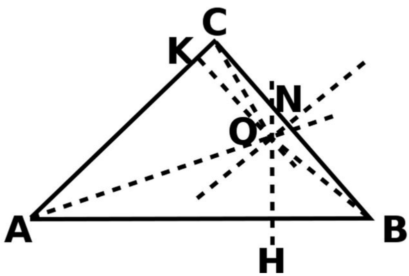
3.9 Due tovaglie

Possiamo coprire completamente un tavolo quadrato di 90 cm di lato, con due tovaglie rotonde di 1 m di diametro?

3.10 Due strade

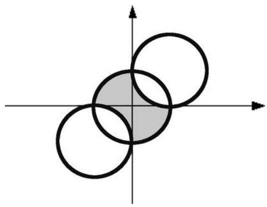
Per unire le città A e B della figura ci sono due strade. Sapreste indicare quale delle due è la più breve sapendo che si tratta sempre di archi di semicirconferenza?

3.11 Tutti i triangoli sono isosceli



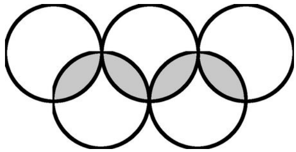
Dimostriamo con cura questo importante teorema. Sia AO la bisettrice di Â, ON l'asse del lato CB ed O il punto di incontro dell'asse con la bisettrice. Siano poi OK e OH le perpendicolari da O ai lati AB e AC. Essendo AO la bisettrice, OH ≅ OK (i punti della bisettrice sono equidistanti dai lati dell'angolo). Inoltre OC≅OB (perché si trovano sull'asse di CB). Il ΔAOK ≅ ΔAHO (sono rettangoli, AO è in comune, gli angoli OÂH ≅ OÂK perché AO è la bisettrice. Poiché i due triangoli sono rettangoli ne consegue che sono congruenti. E allora AH ≅ AK. Il ΔKOC ≅ ΔHOB (OH≅OK, OC≅OB e, per il teorema di Pitagora, se hanno un cateto e l'ipotenusa congruenti sono congruenti). Ne consegue che KC≅HB. Pertanto AB≅AC per somma di segmenti congruenti.
Corollario importantissimo di questo teorema è che tutti i triangoli sono equilateri!

3.12 Un'altra area



Quanto vale l'area della figura grigia? Sapete che le tre circonferenze hanno raggio 1.

3.13 Gli anelli olimpici

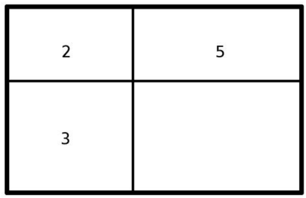


Qual è l'area della superficie segnata in grigio tra questi cinque cerchi di raggio 1 olimpicamente legati tra di loro? Non serve la calcolatrice, basta la testa ed un po' di fantasia.

3.14 La trisezione del cerchio

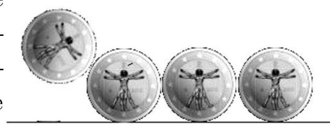
Dividere un cerchio in tre parti aventi la stessa area, lo stesso perimetro, ma forme diverse.

3.15 I perimetri dei rettangoli



Nella figura qui a fianco sono riportati i perimetri di tre rettangoli. Qual è il perimetro del rettangolo grande?

3.16 L'Euro a rotoli

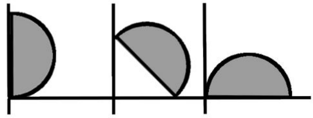


Partendo da quattro monete da 1€ allineate e tutte con l'uomo di Leonardo in posizione verticale, facciamo rotolare quella più a sinistra sulle altre fino a portarla all'altra estremità Quale sarà l'inclinazione dell'uomo di Leonardo?

3.17 Antico Egitto

Come capo delle costruzioni per il Faraone avete provato a mettere dei rulli sotto all'obelisco che gli operai stanno trascinando, per fare meno fatica e finire prima il lavoro. Un rullo ha un raggio di 2 cubiti. Quanta strada farà l'obelisco in un giro di rullo?

3.18 Un colpo di spugna

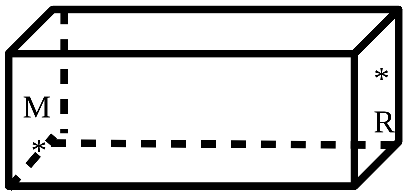


Una spugna di forma semicircolare e di diametro 20 cm (come nella figura, vista dall'alto), viene disposta lungo un lato di un vetro, in modo che un estremità tocchi l'angolo. Successivamente viene fatta scivolare in modo che alla fine del movimento l'altro suo vertice tocchi l'angolo. In ogni momento i due angoli della spugna toccano i due lati del vetro. Qual è l'area che è stata pulita? Indicarla in centimetri quadrati, arrotondata al centimetro quadrato più vicino.

3.19 Tappo tondo o tappo quadrato

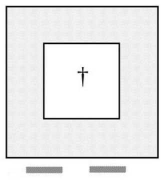
È meglio tappare un buco quadrato con un tappo tondo o un buco tondo con un tappo quadrato?

3.20 La mosca e il ragno



In una scatola di 30x12x12 cm un ragno R si trova a metà di uno dei lati quadrati, ad un centimetro dal coperchio. Sull'altro lato quadrato, sempre a metà, ma ad un centimetro dal fondo della scatola si trova una mosca M, ferma. Qual è la strada più breve che il ragno deve compiere per catturare la mosca?

3.21 Un fossato troppo largo



Nel regno di re Artù c'è un fossato quadrato largo 8 metri e fondo 15. Al centro del fossato sorge una roccia quadrata di lato 4 metri e su questa roccia c'è Excalibur, la spada magica che dà, a chi la possiede, un potere enorme. Per raggiungerla avete a disposizione due assi di legno che però sono appena appena più corte dei due metri che vi servirebbero per fare un ponte sul fossato. Come fare a raggiungere la spada?

3.22 Contare i vertici

Sul tavolo ci sono delle figure tagliate nel cartone; alcune hanno la forma triangolare ed altre la forma quadrata. Se contate i vertici di queste figure, ne contate 20. Quanti sono i quadrati e quanti i triangoli? E se i vertici contati fossero stati 22?

4 Problemi di algebra

4.1 Indovina un numero

Fa' pensare ad un numero e fallo moltiplicare per 3. Chiedi se è pari o dispari, ricordati la risposta e se dispari fa' aggiungere 1. Fallo dividere per 2 e moltiplicare per 3. Togli 9 tante volte quanto è possibile. Fatti dire il numero delle volte (quoziente della divisione per 9); supponiamo sia x. Chiedi se il numero iniziale pensato era pari. Se era pari, il numero pensato è 2x. Se era dispari il numero è è 2x+1.

4.2 Paradosso algebrico

Poniamo $a + b = 2c$ $a \neq b$

Allora, ne consegue che

$$(a + b)(a - b) = 2c(a - b)$$
$$a^2 - b^2 = 2ac - 2bc$$
$$a^2 - 2ac = b^2 - 2bc$$
$$a^2 - 2ac + c^2 = b^2 - 2bc + c^2$$
$$(a - c)^2 = (b - c)^2$$
$$\Rightarrow a = b$$

Assurdo!

4.3 Un topo ed un elefante

Un topo ed un elefante pesano insieme 1 tonnellata ed un etto. Se l'elefante pesa una tonnellata più del topo, quanto pesa l'elefante?

4.4 Tre coppie di coniugi

Tre signori Bianchi, Rossi e Verdi vanno al mercato con le mogli, Anna, Luisa e Maria. Ognuno compera un certo numero di oggetti e spende, per ognuno di essi, tanti euro quanti sono gli oggetti. Bianchi ha comperato 23 oggetti più di Luisa, Verdi 11 più di Anna; ogni marito ha speso 63 euro più della moglie. Come sono formate le coppie di coniugi, visto che i loro nomi sono riportati solo in ordine alfabetico?

4.5 Mescolare acqua e vino

Due recipienti contengono rispettivamente uguali quantità di acqua e di vino. Prelevo una certa quantità di acqua dal primo e la verso nel secondo. Poi prelevo una uguale quantità di liquido dal secondo e la metto nel primo. A questo punto c'è più acqua nel vino o vino nell'acqua?

4.6 9=5

Infatti...

$$9^2 - 5^2 = 56 = 2 \cdot 7 \cdot 9 - 2 \cdot 7 \cdot 5$$
$$9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 = 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5$$
$$9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 + 7^2 = 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 + 7^2$$
$$(9 - 7)^2 = (5 - 7)^2$$
$$(9 - 7) = (5 - 7)$$
$$9 = 5$$

Se fossero voti, la bocciatura e la quasi perfezione si equivalgono!

4.7 Somme di infiniti numeri

Consideriamo la somma di ∞ numeri 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... Sia x il risultato. Consideriamo la somma di prima moltiplicata per 2, 2 + 4 + 8 + 16 + ... Il risultato sarà 2x. Ma la seconda somma altro non è che la prima cui è stato tolto l'uno iniziale e quindi deve valere x-1. Ne consegue che 2x=x-1 e pertanto x=-1.

4.8 Ancora sulle serie

Quanto fa 1-1+1-1+1-1+1-...? Se li raggruppo (1-1)+(1-1)+(1-1)+... =0; se li raggruppo 1-(1-1)-(1-1)-(1-1)-...=1. Come è possibile?

4.9 L'eredità dello sceicco

Uno sceicco lasciò in eredità ai figli un certo numero di pozzi di petrolio. Al primo 1 pozzo più 1/9 dei rimanenti; al secondo 2 pozzi più 1/9 dei restanti, e così via fino all'ultimo dei figli. Lo sceicco era un padre buono e non fece ingiustizie: ogni figlio ricevette lo stesso numero di pozzi. Quanti erano i pozzi e quanti erano i figli?

4.10 *Un secchio di sabbia*

Un secchio pieno di sabbia pesa 9 kg e pieno alla metà ne pesa 5. Quanto pesa il secchio?

4.11 *Una partita di angurie*

L'anguria è fatta, per lo più di acqua, anzi possiamo dire che il 99% dell'anguria è acqua. Dopo aver immagazzinato per una settimana una partita di 500 kg di angurie, ad un'analisi risulta che la percentuale d'acqua è scesa al 98%. Quanto pesa a questo punto la partita di angurie?

4.12 *Un sistema difficile*

Risolvere rapidamente e senza calcolatrice il sistema qui a fianco

$$\begin{cases} 3257x + 4158y = 27304 \\ 6743x + 5842y = 42696 \end{cases}$$

4.13 *Un numero a piacere*

Prendiamo un numero di due cifre e minore di 50. Alla sua destra scriviamo il suo doppio. Dividiamo il numero ottenuto per 2, poi per 3 ed infine per 17 ed otteniamo il numero pensato. Perché?

4.14 *Un prodotto di binomi*

Quanto fa (x-a)(x-b)(x-c)...(x-y)(x-z)?

4.15 *Il numero più grande*

Dimostreremo che il più grande numero intero è 1. Supponiamo che sia n>1. Se n è il numero più grande, non è possibile che un altro numero sia maggiore. Per qualunque numero che fosse maggiore di 1 si verificherebbe, però, che $n^2>n$ e quindi n non sarebbe il numero più grande. Ci sono due soli numeri i cui quadrati non sono maggiori del numero stesso, 0 ed 1, ma 1 è più grande di 0 e quindi 1 è il numero più grande in assoluto.

4.16 *Somma di fattori*

Diremo che il numero intero x è divisore di un numero intero n, se esiste un numero intero y tale che xy=n. Si chiede qual è la somma dei divisori di un arbitrario numero intero n. (*Grazie a Giorgio Dendi*)

4.17 Cento CD

Volevo comperare un CD. Sono andato alla cassa e c’era, posata sul bancone, una pila grandissima di dischi. “Mamma mia, sono cento!” dissi alla cassiera. “Non sono cento”, rispose lei, “Per farne cento ne occorrono altrettanti più la metà di tutti ed ancora il CD che sta tenendo in mano.” Quanti CD c’erano sul tavolo della cassa?

4.18 Il prodotto di 4 numeri interi consecutivi

Aggiungendo 1 al prodotto di 4 numeri interi consecutivi si ottiene sempre un quadrato. Perché?

4.19 Due damigiane

Abbiamo due damigiane, una di 90 litri piena di vino ed un'altra di 60 piena di acqua. Da ciascuna damigiana preleverò una stessa quantità di liquido che verserò nell'altra in modo che la miscela di acqua e vino sia uguale in entrambe. Quanto devo prelevare?

4.20 La piramide umana secondo Tartaglia

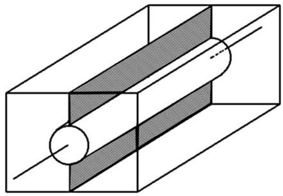
Se non conoscete il triangolo di Tartaglia per la potenza del binomio, eccolo qua

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
\end{array}
$$

Costruiamo una piramide umana: in cima un uomo retto da due a loro volta retti da 1 + 2 + 1 = 4 uomini a loro volta retti da 8 uomini e così via. Se chiamassimo a raccolta tutti gli abitanti di Trieste (202.123 nel censimento del 2011) per costruire questa piramide di questo tipo, quante file riusciremmo a fare? E se chiamassimo tutti gli uomini del mondo (7 miliardi) per costruire questa piramide umana di quante file avremmo bisogno? Ogni uomo della file di base che peso deve reggere?

5 Problemi di fisica

5.1 Vasca Archimedea per il Moto Perpetuo (VAMP)

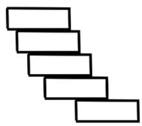


In una vasca viene incernierato in modo da essere libero di ruotare un cilindro di alluminio che assieme a due fasce elastiche divide la vasca in due semivasche. Nella vasca di sinistra viene versato del mercurio. In esso l'alluminio galleggia. Nella vasca di destra viene versata dell'acqua nella quale l'alluminio va a fondo. Si crea allora una coppia di forze in conseguenza della quale il cilindro gira. Con un asse opportuno possiamo portare il movimento all'esterno della vasca e realizzare un motore a consumo di energia 0.

5.2 Un problema di trasporti

La distanza tra i caselli di Roma e Milano è di 630 km. Due macchine partono, alla stessa ora, una da Milano ed una da Roma. La macchina che parte da Milano è molto veloce e tiene una media di 150 km/h. Quella che parte da Roma va più piano e tiene una media di 80 km/h. Quando si incontrano qual è la più distante da Roma?

5.3 Un problema di mattoni



Quanto può sporgere un mattone messo sopra di un altro senza cadere? Un po' meno di metà. E se ne aggiungo un altro di quanto potrà sporgere? Di un quarto, in modo che il baricentro dei due si collochi dentro al primo mattone; se ne aggiungo un altro ancora, potrà sporgere di un sesto e così avanti. Si può in questo modo raggiungere una distanza arbitraria dalla base?

5.4 La velocità di un'automobile

Avete mai visto le automobili nei cartoni animati. Quando frenano si schiacciano tutte, quando accelerano si allungano, in curva il bagagliaio va per le sue e poi rincorre l'automobile fino a ricomporla. In un'automobile vera questo non succede, ma, rispetto alla strada, tutte le parti dell'automobile viaggiano con la stessa velocità?

5.5 E ancora un problema sulle ruote

Il punto più basso di una ruota di un automobile ruota più o meno veloce di quello superiore?

5.6 Due sfere uguali

Abbiamo due sfere uguali, una fatta di materiale leggero e piena, l'altra di materiale più pesante e cava all'interno di modo, però, che la loro massa sia identica. Da un esame dell'esterno non è possibile, in alcun modo, determinare quale delle due è cava. Senza attrezzature, senza romperle, sapreste farlo voi?

5.7 Il barcaiolo ed il fiasco di vino

Un barcaiolo, che sta risalendo un fiume, ha in bilico sulla barca un fiasco di vino pieno a metà e tappato. Passando vicino ad un vortice la barca dondola ed il fiasco cade nell'acqua. Dopo un quarto d'ora il barcaiolo se ne accorge, volta la barca e remando sempre con lo stesso ritmo, raggiunge il fiasco un chilometro dopo il punto in cui era cascato in acqua. A quale velocità viaggia l'acqua del fiume?

5.8 La gita in montagna

Mio cognato è un buon camminatore. E' capace di fare gite lunghissime camminando sempre con quel suo passo svelto ed instancabile. Nei tratti piani farà 8 chilometri all'ora ed è facile stargli dietro, ma anche su una salita ripida, come quella di ieri, manteneva una media di 6 km/h. In discesa, poi allunga il passo e ne fa 12 senza stancarsi mai. Ieri è partito alle tre del pomeriggio ha fatto un bel tratto piano, poi è salito su un monte, ne è ridisceso ed è ritornato a casa alle 9 senza fermarsi. Quanti chilometri era lunga la gita di mio cognato? A che ora era sulla cima del monte (mezz'ora più o meno)?

5.9 Una pentola, un bicchiere ed un cucchiaino

Prendete una pentola. Riempitela d’acqua ed immergentevi dentro un bichiere, facendolo galleggiare. Prendete nota del livello dell’acqua. Prendete un cucchiaino. Si alza di più il livello dell’acqua se lo fate sprofondare entro alla scodella o se lo posate dentro al bicchiere, facendo in modo che quasto non si rovesci e continui a galleggiare?

5.10 Viaggi aerei

Un aereo fa la spola tra due città A e B. Il viaggio di andata e ritorno dura di più o di meno se c'è un vento che soffia costante tra A e B (e che lo favorisce all'andata e lo frena al ritorno) o se il vento è assente?

5.11 Un giro veloce

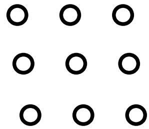
Su un circuito di un km ho fatto un giro a 30 km/h. A quanto devo fare il secondo giro per tenere una media di 60 km/h?

5.12 Scuola di cucina

Una cuoca ha due pentole sul fuoco; una, che chiameremo A, con 2 litri d'acqua che ormai ha raggiunto i 90 gradi e che verrà utilizzata per lessare la verdura, ed un'altra, che chiameremo B, con 2 litri d'acqua destinata alla pasta e che è appena a 60 gradi di temperatura. Avendo fretta di cucinare la pasta e sapendo che occorrono ancora 10 minuti per far bollire la pentola B, la cuoca prende un litro dalla pentola A e lo aggiunge a quest'ultima in maniera da elevare la temperatura dell'acqua e portarla prima ad ebollizione. Dopo quanto l'acqua bollirà nella pentola B?

6 Problemi di topologia

6.1 Nove punti

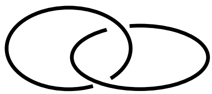


Unire 9 punti disposti come nella figura senza staccare la matita dal foglio e senza ripassare due volte lo stesso punto o lo stesso tratto con un massimo di 4 segmenti di retta consecutivi.

6.2 L'anello di Möbius

Quante superfici ha un foglio di carta? Due. Prendiamo una striscia di carta e incolliamo i due lati corti dopo aver fatto compiere alla striscia mezzo giro. Quante facce ha?

6.3 Anelli concatenati



Due anelli concatenati possono staccarsi senza aprirli?

6.4 Acqua, luce e gas

Davanti a tre edifici ci sono tre cabine, una eroga l'acqua, una la luce ed una il gas. Sapreste allacciare le tre cabine alle tre case facendo in modo da non dover incrociare mai le condutture? Non è necessario seguire le vie più brevi.

6.5 Piegare un foglio di carta e poi tagliare

Piegate un foglio in due. Tagliate il foglio così piegato con un taglio verticale ed uno orizzontale. Ottenete sei rettangoli, quattro di una misura e due di un'altra (che ha, per inciso una piega all'interno).. Prendete un altro foglio e piegatelo in quattro. Tagliatelo con due tagli come prima. Otterrete nove rettangoli. Ora prendete un foglio di giornale, fate sette pieghe e poi tagliate con due tagli. Quanti rettangoli ottenete?

6.6 Scacchiera e domino

Una scacchiera ha 64 caselle, alternate una bianca ed una nera. Mettete una tessera del domino in modo che copra due caselle adiacenti. È possibile coprire in questo modo, con 32 tessere, tutta la scacchiera? Certamente sì. Adesso coprite con due tappi due caselle agli angoli opposti della diagonale della scacchiera. Restano 62 caselle libere. Copritele con le tessere del domino, come avete fatto prima. Ci riuscite?

7 Problemi di probabilità e calcolo combinatorio

7.1 Tre monete

Lanciando in aria tre monete la probabilità che esse mostrino tre teste è 1/8. Che mostrino la stessa faccia è 1/8+1/8=1/4. Delle tre monete, però, due mostreranno sempre la stessa faccia. Pertanto la probabilità che tutte e tre mostrino la stessa faccia è data dalla probabilità che la terza moneta abbia la stessa faccia delle prime due, quindi 1/2. Quindi ¼ = ½.

7.2 Partite in famiglia

Nella famiglia dei signori Dailecarte , padre, madre e figlio sono tutti accanitissimi giocatori di briscola. Dovendo fare, però, una classifica dovrei dire che il migliore è il padre, poi viene il figlio e da ultimo, la madre, che impegnata nelle faccende domestiche, non ha molto tempo per esercitarsi. Un giorno il figlio chiede al padre: “Papà per sabato mi dai 50 €?” Il padre acconsente ma a patto che il figlio giochi nei tre giorni successivi tre partite, alternativamente, con il padre e la madre. Se riuscirà a vincere due partite di seguito i soldi saranno suoi. Il figlio può cominciare a giocare con chi vuole. Da chi gli converrà iniziare?

7.3 Un'eredità difficile

Uno sceicco muore e lascia ai suoi 4 figli questo testamento: “Avrà tutta l'eredità chi saprà calcolare in quanti modi diversi avrei potuto ripartire tra di voi i miei 5 pozzi di petrolio, le mie 8 Rolls Royce e i 4 dromedari”. Volete aiutare il più giovane e buono a risolvere il problema ed a conquistare l'eredità?

7.4 Due fidanzate e gli orari della metropolitana

Ad una stazione della metropolitana arrivano treni diretti a nord e a sud ad intervalli regolari (ogni 10 minuti). Un giovanotto ha due fidanzate, una abita a nord e l'altra a sud. Per non fare parzialità si affida al caso ed ogni sera va a trovare quella il cui treno si presenta prima alla stazione. Dopo 100 giorni si accorge che è andato 90 volte dalla fidanzata che abita a sud e solo 10 volte da quella che abita a nord (che a questo punto lo ha piantato). È possibile questo, escludendo inopinate fluttuazioni statistiche?

7.5 Compleanno insieme

In una classe di 25 alunni, qual è la probabilità che ce ne siano due che festeggiano il compleanno nello stesso giorno?

7.6 Maschi e femmine

Il signor Rossi ha due figli. È più probabile che abbia due maschi se vi dice che uno dei due è un maschio o se vi dice che lo è il maggiore?

7.7 Gli uomini litigiosi

Voi sapete che gli uomini sono spesso portati a menare le mani tra di loro, specialmente se ci sono donne di mezzo. Noi dobbiamo mettere per file di 10 un numero molto grande di uomini e donne, ma vogliamo evitare che, in una stessa fila, due uomini siano uno vicino all'altro (perché altrimenti ne viene fuori una zuffa e invece noi siamo persone d'ordine e lo vogliamo evitare). Quante file diverse potremo comporre (per diverse si intende file nelle quali almeno un uomo sia al posto di una donna o viceversa, rispetto alle altre file)?

7.8 Come vincere alla roulette

Il premio Nobel per la fisica G. Gamow, padre della teoria del Big Bang, suggerisce questo metodo per vincere alla roulette. Si scrive la sequenza di numeri 1, 2, 3 e si puntano 2 gettoni o sul rosso o sul nero. Se esce ciò su cui si ha puntato si cancellano i due estremi, che danno, in effetti la somma vinta e si ricomincia. In caso di perdita si aggiunge 4 alla sequenza e si puntano tanti gettoni quanto fa la somma del primo e dell'ultimo numero della lista (nel nostro caso 1 e 4). Se si vince si cancella l'1 ed il 4 e si punta 5 (la somma di 2 e 3, i numeri rimasti). Se si perde si aggiunge alla lista il numero 5 e si puntano 6 gettoni (1+5) e così avanti fino a quando non sono stati cancellati, per effetto delle vincite, tutti i numeri della sequenza. Quando tutti i numeri sono stati cancellati si ricomincia.

7.9 Ancora sulla roulette

Qual è la probabilità che vengano 25 numeri rossi di seguito?

7.10 Ancora con il totocalcio

Determinare il numero di colonne del totocalcio che contengono tutti e tre i segni 1, X, 2.

7.11 Le pistole del West

Nel Far West tutti sono bravissimi a sparare, ma notoriamente, lo sanno fare bene solo con la loro pistola. Con la pistola di un altro la mira diventa molto più imprecisa e la possibilità di sopravvivenza, per un possibile bersaglio, molto maggiore. In un saloon di un paesino ci sono un certo numero di avventori ($n \geq 2$) che avendo bevuto abbastanza cominciano a litigare tra di loro e si sfidano a duello. Nel saloon è vietato entrare armati ed avevano consegnato all'ingresso le pistole al barista al quale le chiedono indietro per andarsi a sparare in strada. Il barista che non vuole perdere avventori dà ad ognuno la pistola di un altro, confidando che, essendo ubriachi, non se ne rendano conto. In quanti modi diversi può dare le pistole ai suoi avventori?

7.12 Eventi improbabili

L'ultimo giorno dell'anno 2000 è stato un giorno assolutamente particolare dal punto di vista statistico. Il 31 dicembre 2000 era una domenica. Ultimo giorno della settimana. Ma è stato anche l'ultimo giorno del mese, l'ultimo dell'anno, del secolo e del millennio. Una probabilità su sette per l'ultimo della settimana, una su trenta per l'ultimo del mese, una su 365,25 per l'ultimo dell'anno, una su 36525 per cento anni, il secolo, ed una su 365250 per il millennio. Moltiplicando tra loro queste probabilità giungiamo alla conclusione per l'avvenimento di una probabilità di 10^{-11}, ovvero una possibilità su un milione di miliardi. Come è possibile che si sia verificato un evento così raro, che dovrebbe verificarsi una volta ogni 2800 miliardi di anni, se si pensa che l'universo ha 14 miliardi di anni?

7.13 Voglio un figlio maschio

Si sa che, una volta, nelle famiglie si voleva il figlio maschio ad ogni costo. In un paese le coppie di coniugi continuano a fare figli fino a quando non nasce un maschio. Quando nasce il maschio, basta. In quel paese ci sono più maschi o femmine?

8 Giochi

8.1 Il Nim

Si fissi un numero n (p. es. 4). Si scelga un numero intero k e si calcoli M = nk+1 (se, p. es., k=4, M = 17). Si faccia togliere alternativamente a due giocatori un numero da 1 a n-1. Perde chi toglie per ultimo un numero.

8.2 Il Nim: versione con i fiammiferi

I
I I I
I I I I I
I I I I I I I

Abbiamo dei fiammiferi disposti come nella figura qui a fianco. Alternativamente i due avversari tolgono da una riga un numero arbitrario di fiammiferi. Perde chi toglie l'ultimo fiammifero.

8.3 Una variante della tria

Accettereste di giocare a tria conservando le regole solite ma con la clausola che ognuno può usare, ad ogni mossa, il simbolo che vuole?

8.4 Disporre 5 monete

Disporre 5 monete uguali in modo che ognuna tocchi tutte le altre.

8.5 Disporre 6 matite

Sapreste disporre sei matite in modo che ognuna tocchi tutte le altre?

8.6 Due bulloni

Due bulloni identici sono disposti uno a fianco dell'altro in modo che i filetti ingranino. Se li facciamo ruotare uno attorno all'altro mantenendoli ingranati ma in modo che le teste non girino (un poco come quando si fanno girare i pollici uno attorno all'altro se non si ha niente da fare) come si spostano le teste? Si avvicinano, si allontanano?

8.7 Milleottantanove

Scrivete un numero di tre cifre la cui prima ed ultima cifra siano diverse. Scambiate la prima e l'ultima cifra. Sottraete il più grande dal più piccolo. Se il risultato ha due cifre sole premettete uno zero e sommate il numero con quello che si ottiene invertendo la prima e l'ultima cifra. Il risultato è...

8.8 Precognizione 1

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Costruite una tabella come nella figura, scegliete un numero a caso, annotatelo su di un pezzo di carta e poi eliminate la riga e la colonna in cui il numero si trova. Scegliete un altro dei numeri rimasti, annotatelo in colonna sotto al precedente ed eliminate la riga e la colonna in cui il numero si trova, e così avanti per 7 volte. Scommettiamo che la somma dei numeri che avete scelto fa 175?

8.9 Precognizione 2

Pensate un numero a caso tra 1 e 9. Moltiplicatelo per 9. Se il numero è maggiore o uguale a 10 sommate le sue cifre. Togliete 5 al risultato. Fate corrispondere i numeri interi alle lettere dell'alfabeto (1 → A, 2 → B, 3 → C …). Pensate ad uno stato europeo il cui nome inizi con la lettera corrispondente al numero. Scegliete la terza lettera del nome dello stato (Andorra, Albania, Belgio, Bosnia, Croazia, Danimarca, Estonia, Francia, Germania, Gran Bretagna, Herzegovina, Islanda, Inghilterra, Lituania, Lettonia, …. Trovate un colore, semplice, il cui nome inizi con la terza lettera; suggerisco come nomi Bianco, Giallo, Rosso, Nero, Verde, Blu, …. Scegliete la terza lettera del colore e trovate un grosso mammifero che inizi con quel nome (Elefante, Giraffa, Ippopotamo, Leone, Tigre, …).

Se avete risposto correttamente a tutte le domande, allora voi mi dovete dire che ci fa un rinoceronte nero in Danimarca?

8.10 Pensare ad un numero da 1 a 63

Pensate ad un numero tra 1 e 63. Cercate in quale delle tabelle qui sotto riportate si trova (può trovarsi in una, due o anche tutte e 6 le tabelle) e prendete nota del primo numero in alto a sinistra delle tabelle in cui si trova. Sommate questi numeri e … troverete il numero pensato.

Tabella A

1	17	33	49
3	19	35	51
5	21	37	53
7	23	39	55
9	25	41	57
11	27	43	59
13	29	45	61
15	31	47	63

Tabella B

16	24	48	56
17	25	49	57
18	26	50	58
19	27	51	59
20	28	52	60
21	29	53	61
22	30	54	62
23	31	55	63

Tabella C

4	20	36	52
5	21	37	53
6	22	38	54
7	23	39	55
12	28	44	60
13	29	45	61
14	30	46	62
15	31	47	63

Tabella D

2	18	34	50
3	19	35	51
6	22	38	54
7	23	39	55
10	26	42	58
11	27	43	59
14	30	46	62
15	31	47	63

Tabella E

32	40	48	56
33	41	49	57
34	42	50	58
35	43	51	59
36	44	52	60
37	45	53	61
38	46	54	62
39	47	55	63

Tabella F

8	24	40	56
9	25	41	57
10	26	42	58
11	27	43	59
12	28	44	60
13	29	45	61
14	30	46	62
15	31	47	63

Potete stampare questa pagina, ritagliare le tabelle ed usarle per qualche "spettacolo di magia".

8.11 Pensare ad un numero tra 10 e 99

Pensate ad un numero tra 10 e 99. Togliete la cifra delle decine e popi la cifra delle unità. Se il numero rimasto ha due cifre, sommatele. Scommettiamo che il risultato fa 9?

9 Matematica è arte?

9.1 I sette messaggeri[1]

Partito ad esplorare il regno di mio padre, di giorno in giorno vado allontanandomi dalla città e le notizie che mi giungono si fanno sempre più rare.
Ho cominciato il viaggio poco più che trentenne e più di otto anni sono passati, esattamente otto anni, sei mesi e quindici giorni di ininterrotto cammino. Credevo, alla partenza, che in poche settimane avrei facilmente raggiunto i confini del regno, invece ho continuato ad incontrare sempre nuove genti e paesi; e dovunque uomini che parlavano la mia stessa lingua, che dicevano di essere sudditi miei.

Penso t … ndo di
procede … rando
su noi s … pitale;
questo … 'estre-
ma fron …
Ma più … il re-
gno si es … arri-
vare alla …
Mi misi … e. Gli
amici, i … io de-
gli anni … ono a
partire.
Sebbene … er co-
municar … scel-
si i sette …
Credevo … zione.
Con l'ar … chi; e
sì che n … né ha
sfiancat … e una

Testo reso illeggibile per evitare problemi di copyright

1 di Dino Buzzati - Oscar Mondadori (1984) - pagg. 25-30. Non lo so se l'opera sia ancora coperta da copyright, ma sul web si trovano alcune copie consultabili, ad esempio, agli indirizzi http://www.itcverri.gov.it/Categorie/studenti/2009_2010/italiano/1b/Sette_messaggeri.pdf oppure http://paroleleggere.it/Boutique.pdf. Poiché in questa pubblicazione, poi, non ho fini di lucro, spero di venir perdonato se dovessi aver violato qualche diritto d'autore.

devozione che difficilmente riuscirò mai a ricompensare.

Per distinguerli facilmente imposi loro nomi con le iniziali alfabeticamente progressive: Alessandro, Bartolomeo, Caio, Domenico, Ettore, Federico, Gregorio.

Testo reso illeggibile per evitare problemi di copyright l'aria fosse la stessa, uguale il soffio del vento, identiche le voci degli uccelli. Le nuvole, il cielo, l'aria, i venti, gli uccelli, mi apparivano in verità cose nuove e diverse; e io mi sentivo straniero.

Testo reso illeggibile per evitare problemi di copyright

luto alla città dove io sono nato. Tu sei il superstite legame con il mondo che un tempo fu anche mio. I più recenti messaggi mi hanno fatto sapere che molte cose sono cambiate, che mio padre è morto, che la Corona è passata a mio fratello maggiore, che mi considerano perduto, che hanno costruito alti palazzi di pietra là dove prima erano le querce sotto cui andavo solitamente a giocare. Ma è pur sempre la mia vecchia patria.

Tu sei l'ultimo legame con loro, Domenico. Il quinto messaggero, Ettore, che
mi raggiu [illegible] tire per-
ché non f [illegible] enico, a
meno che [illegible] procedo,
più vado [illegible]
Non esist [illegible] bituati a
pensare. [illegible] ontagne
che chiud [illegible] germene
neppure, [illegible]
Per quest [illegible] ando mi
avranno [illegible] itale ma
partano i [illegible] ciò che
mi attend [illegible]
Un'ansia [illegible] on è più
rimpianto [illegible] viaggio;
piuttosto [illegible]
Vado not [illegible] do come
di giorno [illegible] nel cielo
irraggi un [illegible] come le
piante, i [illegible] enza di-
versa da quella nostrana e l'aria rechi presagi che non so dire.

Testo reso illeggibile per evitare problemi di copyright

Una speranza nuova mi trarrà domattina ancora più avanti, verso quelle montagne inesplorate che le ombre della notte stanno occultando. Ancora una volta io leverò il campo, mentre Domenico scomparirà all'orizzonte dalla parte opposta, per recare alla città lontanissima l'inutile mio messaggio.

9.2 La sezione aurea

Consideriamo questa proporzione dall'aspetto non troppo rassicurante

$$a:x=x:(a-x)$$

Le sue soluzioni lo sono, apparentemente, ancora meno

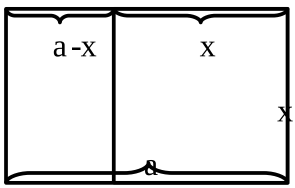
$$x=-\frac{\sqrt{5}+1}{2}a=-1{,}618033988749\ldots\cdot a \text{ e } x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}a=0{,}618033988749\ldots\cdot a$$

Se guardiamo però con attenzione questi numeri irrazionali troviamo che hanno alcune caratteristiche pregevoli (concentriamoci sulla soluzione positiva):

$$\frac{a}{x}=\frac{a}{0{,}618033988749\ldots\cdot a}=\frac{1}{0{,}618033988749\ldots}=1{,}618033988749\ldots=\varphi$$

Siamo in presenza di due numeri, 0,618033988749... e 1,618033988749..., che hanno la stessa parte decimale in qualunque base essi siano scritti e sono l'uno il reciproco dell'altro. Poiché hanno una certa importanza in matematica, al numero 1,618033988749... è stato associato un simbolo che lo rappresenta: la lettera greca φ (si legge *fi*)[2].

La proporzione iniziale, poi, se la interpretiamo geometricamente, può essere letta così: se a ed x sono la base e l'altezza di un rettangolo e nel rettangolo disegniamo un quadrato di lato x, ci resta fuori un rettangolo che è simile (stesse proporzioni dei lati) al rettangolo iniziale.



Il rettangolo con queste proporzioni viene detto rettangolo aureo. Se vi chiedete cosa c'entra il rettangolo aureo con l'arte, sappiate che le proporzioni della pianta del Partenone, quelle della base e dell'altezza dello stesso, altri rettangoli individuabili in esso sono tutti rettangoli aurei. Anche il volto di monna Lisa, la donna dall'enigmatico sorriso ritratta da Leonardo è incorniciabile in un rettangolo aureo.

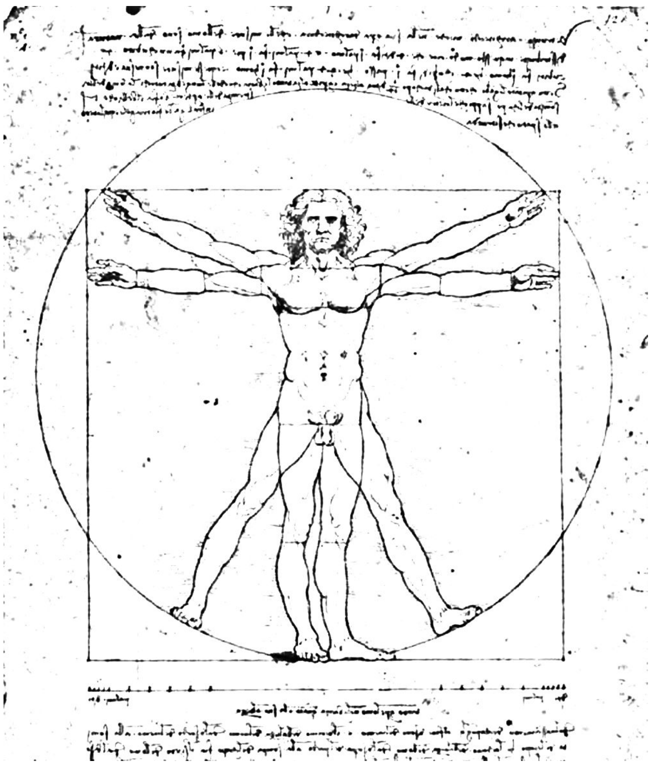
2 Ancora una curiosità, meno nota, sul numero φ: se lo elevate al quadrato ottenete 2,618033988749... che si può esprimere in formule con una semplice equazione $\varphi^2 = \varphi + 1$.

E se non vi basta, anche la carta di credito è un rettangolo aureo quasi perfetto (ma questo con l’arte c’entra poco...).

Si dice che il rettangolo aureo ispiri serenità ad armonia interiore in chi lo guarda e so di una persona che si è fatta fare le porte dell'appartamento con i rapporti del rettangolo aureo perché, sosteneva, la loro vista la faceva sentire bene.

9.3 L'uomo di Leonardo

Leonardo Da Vinci trasse dal *De Architectura* di Vitruvio lo schema delle proporzioni del corpo umano. È un disegno così famoso che l'Italia lo ha inserito sulle monete da un Euro. L'originale è conservato all'Accademia di Venezia.



Secondo questo disegno, l'uomo dalle proporzioni perfette può venir inscritto, se tiene le braccia aperte, in un quadrato di lato pari alla sua altezza. Se porta le mani, a braccia allargate, all'altezza della testa, avrà mani e piedi che toccano una circonferenza centrata sull'ombelico.
Non basta: il rapporto tra l'altezza complessiva e l'altezza da terra dell'ombelico, in un individuo dalle proporzioni perfette deve essere ϕ = 1,618033988749895... e ϕ deve essere anche il rapporto tra l'intera gamba e la lunghezza del femore; sempre ϕ deve essere il rapporto tra il braccio, dalla spalla alla punta del dito medio, e l'avambraccio, dal gomito alla punta del dito medio.
Analoghi rapporti aurei si possono trovare tra le varie parti del volto.

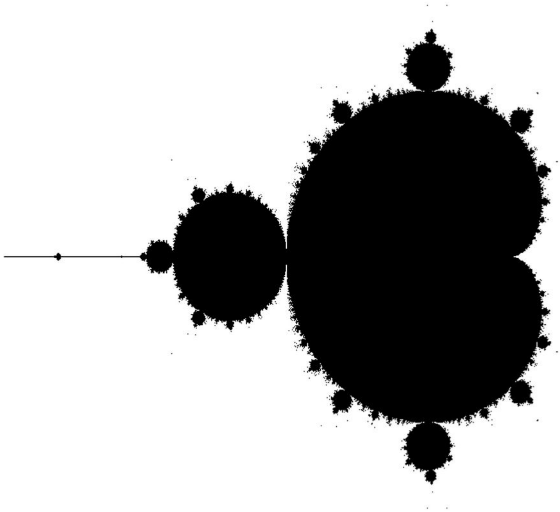
9.4 L'insieme di Mandelbrot

In matematica esistono i numeri complessi. Se li conoscete potete saltare il prossimo paragrafo, altrimenti no.

Per quello che ci interessa un numero complesso è composto da una coppia di numeri reali e lo possiamo scrivere c=(x;y). Dati due numeri complessi possiamo sommarli $(x_1;y_1)+(x_2;y_2)=(x_1+x_2;y_1+y_2)$ o anche moltiplicarli tra di loro $(x_1;y_1)\cdot(x_2;y_2)=(x_1x_2-y_1y_2;x_1y_2+x_2y_1)$ (l'operazione è un poco più complessa). In particolare, poi, il quadrato di un numero complesso è $(x;y)^2=(x^2-y^2;2xy)$. Esiste, poi, il modulo di un numero complesso $|c|=\sqrt{x^2+y^2}$. Ci sono molte altre cose da sapere sui numeri complessi, ma al momento non ci servono e quindi le ignoriamo.
Veniamo al nostro problema. Consideriamo la successione infinita:

$$f_z(c)=\begin{cases} z_0=0 \\ z_{k+1}=z_k^2+c \end{cases}.$$

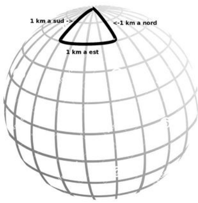
Scegliamo un valore complesso per c e cominciamo a calcolare la formula iniziando con z=0 ed andando avanti (z complesso). Si possono dare due casi: per un certo valore di c ad un certo punto il modulo di z diventa maggiore di 2 oppure anche andando avanti all'infinito (per noi un numero grande di cicli), il modulo di z resta più piccolo di 2. L'insieme dei valori di c, per i quali |z| è sempre < 2 si dicono insieme di Mandelbrot e possono essere rappresentati in un piano cartesiano xy, dove x ed y sono i numeri reali che compongono c. Se noi ingrandiamo un pezzettino di questo disegno quanto vogliamo, troveremo al suo interno più o meno le stesse figure, simili, ma non identiche e sempre con un numero infinito di dettagli. L'insieme di Mandelbrot è il più popolare esempio di frattali. Molti oggetti in natura possono essere descritti come frattali e persino l'Universo può essere pensato come un grandissimo frattale.



RISPOSTE

1 Problemi curiosi

1.1 La storia dell'orso



Una soluzione si può avere se l'orso si trovasse al polo nord dove convergono tutti i meridiani (quindi la sua pelliccia è bianca): l'orso scende verso sud lungo un meridiano, poi va ad est lungo un parallelo e risale al polo nord, sede della sua tana, lungo un altro meridiano: non dimentichiamo che sulla terra la geometria non è piana, ma sferica. Un'altra soluzione si potrebbe avere se, al polo sud, tracciassimo una circonferenza lunga 1/n km o, se preferite, di raggio 1/(2nπ) con n un numero intero. Da un qualunque punto di questa circonferenza ci si sposta verso nord lungo un meridiano, di un km. Là si potrebbe trovare la tana dell'orso: provare per credere (ma al polo sud non ci sono orsi!).

1.2 Il passo del gatto

La tentazione di rispondere no è forte ma sviluppiamo alcuni passaggi algebrici e vedremo che la risposta è sì. Sia R il raggio della Terra ed x la quantità di cui aumenta per effetto dell'allungamento.

$$2\pi R = C \rightarrow 2\pi(R+x) = C+1 \rightarrow 2\pi R + 2\pi x = C+1 \rightarrow 2\pi x=1$$

$$\text{quindi } x=1/(2\pi) \approx 0{,}16 \text{ m}$$

È vero, un metro è poco rispetto a 40.000 chilometri, ma anche 16 centimetri e l'altezza di un gatto sono un'inezia rispetto si 6.000 km di raggio.

1.3 Il gatto mangia il topo

In quanto tempo un gatto mangia un topo? Non in un minuto, ma in un minuto e mezzo. E allora trenta gatti mangeranno 60 topi in tre minuti.

1.4 La coloritura delle carte geografiche

E' stato dimostrato che ne bastano al più 5 ma non si è mai trovato un esempio che ne richiedesse più di 4. Di recente il problema è stato risolto dimostrando che ne bastano effettivamente 4 soli, ma il modo della soluzione ha fatto torcere il naso a molti matematici in quanto per la dimostrazione si è fatto un utilizzo pesante del calcolatore elettronico.

1.5 Tre pizze troppo care

La soluzione proposta è sbagliata. Si dovevano togliere e non aggiungere i 2€ di mancia e si sarebbe trovato l'importo di 25€ del conto.

1.6 Il viandante al bivio

Chiede ad uno quale sarebbe la strada che l'altro gli indicherebbe e, avuta la risposta, sceglie la strada contraria all'indicazione avuta.

1.7 Due monete

Sì: è da 1€ l'altra.

1.8 Il Presidente della Repubblica

Sempre Giorgio Napolitano.

1.9 Una scala penzola da una nave

Sempre 3.

1.10 L'interrogazione a sorpresa

Il ragionamento dello studente è corretto, non studia e, quindi, quando al giovedì il professore lo interroga, la sorpresa sarà perfetta! È nella realtà, un paradosso logico sul quale si sono spesi molti interventi.

1.11 Un problema di logica

Estraendo un pezzo dalla busta Nero-Bianco definiamo tutti gli altri. Infatti dentro ad essa ci devono essere due mattoncini dello stesso colore. Supponiamo che il mattoncino estratto sia bianco. Allora nella busta marcata con Bianco-Bianco avremo la coppia di mattoncini neri e nella busta segnata con Nero-Nero avremo la coppia di mattoncini mista. Se il mattoncino estratto *fosse stato nero, avremmo avuto nella busta marcata con Nero-Nero i due bianchi e la coppia mista in quella marcata con Bianco-Bianco.*

1.12 Successione di ideogrammi o geroglifici?

È la successione di numeri scritti ognuno con il suo speculare a sinistra. La successione, pertanto continuerà come riportato qui a fianco.

1.13 La parola d'ordine

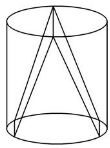
La risposta non è, come credeva il viandante, la metà del numero gridato ma il numero delle lettere che occorrono per dirlo. Al numero quattro avrebbe dovuto rispondere sette. Rubare è pericoloso, soprattutto ai ladri!.

1.14 Salvare capra e cavolo

È abbastanza semplice: traghetterà lupo e capra; tornerà indietro con la capra; traghetterà il cavolo e poi, tornerà a prendere la capra.

1.15 Un tappo particolare

Va tagliato come nella figura qui a fianco.



1.16 Chi è il più forte

No, ad esempio nella morra cinese, nella quale sasso spunta forbice, forbice taglia carta e carta avvolge sasso. No ad esempio in un aritmetica modulare come è quella intera nei calcolatori nei quali, ad esempio 65535 può avere il significato di -1. Non nelle ore in cui l'una viene dopo le 22.

1.17 Tre mariti gelosi

Nella tabella che segue sono riportate la situazione sulle rive e chi e quando deve vogare.

N	*Riva S.*	*Fiume*	*Riva D*	*N*	*Riva S.*	*Fiume*	*Riva D*
1	*ABC abc*			*8*	*Cc*	← *Bb*	*Aa*
2	*C abc*	→ *AB*		*9*	*BC*	→ *bc*	*Aa*
3	*C abc*	← *B*	*A*	*10*	*BC*		*A abc*
4	*abc*	→ *BC*	*A*	*11*	*BC*	← *A*	
5	*abc*		*ABC*	*12*	*B*	→ *AC*	*AC abc*
6	*abc*	← *C*	*AB*	*13*	*B*	← *b*	*AC ac*
7	*Cc*	→ *ab*	*AB*	*14*		→*Bb*	*ABC abc*

Notate come la gelosia dei mariti costringa le mogli ad impegnarsi molto più dei mariti nella voga. Forse le mogli hanno commesso un errore: al quinto passaggio, dopo aver dimostrato che si sanno arrangiare da sole, avrebbero potuto lasciare i mariti dall'altra parte andandosene per conto proprio.

1.18 I capelli in testa

Sì; ci sono circa 4 capelli per millimetro quadrato, la testa ha circa 600 cm quadrati, vale a dire che un uomo ha, al massimo 240.000 capelli. Se abbiamo, quindi, più di 240.000 persone, ce ne saranno almeno 2 con lo stesso numero di capelli.

1.19 Quante biciclette hanno i cinesi

66 in quanto è come se, in media, tutte le famiglie ne avessero due.

1.20 Il sovraffollamento delle carceri

Basta togliere un prigioniero da ogni cella d'angolo e spostarlo in una delle cella adiacenti, in modo da avere un prigioniero solo nelle celle d'angolo e quattro in quelle centrali.

1.21 Il coccodrillo

Qualunque sia la risposta della madre il problema resta ambiguo. Se la madre risponde che lo divorerà, il coccodrillo non può liberarlo perché in questo caso farebbe il contrario di ciò che ha detto la madre; se però, in conseguenza di ciò, lo divorasse farebbe quello che ha detto la madre, e così via. Se la *madre avesse detto che lo avrebbe liberato, invece, qualunque cosa avesse fatto il coccodrillo sarebbe andata bene. Comunque adesso il coccodrillo si è messo in un bel guaio e bisogna vedere se il suo senso dell'onore è superiore alla sua passione per i bambini. Poiché noi vogliamo bene ai bambini ma non odiamo i coccodrilli, speriamo di sì (tratto da L. Carrol).*

1.22 Un viaggio in autobus

Potrebbe venire il sospetto che gli autobus incontrati siano 6. In realtà il conducente incontra tutti gli autobus che sono sulla linea tranne il suo e quindi 11, in quanto gli autobus sono 12.

1.23 Gli anelli incatenati

Si prende una coppia di anelli e si tagliano entrambi. Con uno si legano tra di loro altre due coppie (5 anelli) e con l'altro anche. Ne tagliate un altro con cui legate le due catene di 5 anelli formate. In tutto 6 minuti x 3 anelli 18 minuti. Molto probabilmente voi eravate arrivati a 24 minuti.

1.24 Un numero molto strano

Evidentemente non esiste il numero cercato.

1.25 La buona figliola

Mentre, con la mano tremante estrae la pietruzza, inavvertitamente la lascia cadere sulla ghiaia del giardino. A questo punto, propone all'uomo di guardare il colore della pietruzza rimasta che è nera; se ne consegue che lei ha estratto la bianca. Chissà perché i buoni sono così scaltri solo nelle favole e negli apologhi!

1.26 Calzini

Ne bastano tre.

1.27 Il tarlo dei libri

Solo 52, 50 del secondo, ma una sola del primo ed una sola del terzo. Pensate a come sono messe le pagine dei libri. Se non siete convinti della risposta prendete tre libri metteteli in piedi e vedrete che il tarlo deve rodere la prima *copertina del primo volume, tutte le pagine del secondo e l'ultima copertina del terzo.*

1.28 Due successioni

La prima: N-D (Nove e Dieci) e la seconda 4-5 (le lettere di Nove e Dieci)

1.29 L'autista di un autobus

Se immagini di guidarlo tu, ha la tua età.

1.30 I mesi dell'anno

Tutti.

1.31 Fiat lux

Il fiammifero!

1.32 Il bosco

Fino a metà, poi si comincia ad uscire.

1.33 L'età di Michela

Ieri era il suo compleanno.

1.34 Una nuotata

Basta legare la corda ad A. Fare il giro del lago e la corda si avvolgerà a C. Si riannoda la corda ad A ed a questo punto è possibile reggersi alla corda mentre si attraversa il lago (mi raccomando niente panico). E B? Non serve a niente, solo a fare confusione!

1.35 Un mazzo di fiori

Ci sono due possibili risposte: un iris, una rosa ed un garofano, ma anche, semplicemente, un mazzo di due fiori, ad esempio un gladiolo ed un giglio.

1.36 Con la calcolatrice

I più audaci sono giunti alla conclusione che basti cancellare il display e pre-

mere il numero 6. In realtà ne bastano due di meno... basta ruotare di 180° la calcolatrice e leggere il display!

1.37 Una scoperta geniale

Nel piano ci sono TUTTE le figure regolari che vogliamo, da tre lati in avanti (anche quella di 743 lati, anche quella di 1487...). Ebbene, la parola "TUTTE" ha 5 lettere, e nella dimensione successiva (solidi) ci sono proprio CINQUE figure regolari, e CINQUE ha 6 lettere. E nella dimensione successiva ci sono proprio SEI figure regolari, e SEI ha 3 lettere. E nella dimensione successiva ci sono proprio TRE figure regolari, e TRE ha 3 lettere. Si entra in un loop infinito, perché TRE ha sempre 3 lettere, e sempre negli spazi di dimensione superiori ci sono tre figure regolari!

1.38 Sei figli e cinque patate

Prepara un puré.

1.39 Venti

1+1+5+13. Le cifre sono i simboli che servono a scrivere i numeri. Attenzione a non confondere cifre con numeri.

1.40 Un caffè amaro

Basta, ad esempio, metterne una in ogni tazzina; non è detto da nessuna parte che bisogna usarle tutte.

1.41 Portamonete pieno di Euro

Molto probabilmente, un buco!

1.42 Numeri primi capovolti

Con due cifre 19 e 61, 11. Con tre 101, 109 e 601, 181, 199 e 661, 619. Interessanti i numeri 11, 101 e 619 che restano invariati dopo il capovolgimento.

1.43 Un fustino di detersivo

9; infatti nel fustino premio c'è già un altro bollino.

1.44 Ventuno

I numeri sono 6, 6, 6, 1, 1 ed 1 che si ottengono ... capovolgendo la tabella.

1.45 Un ponte pericolante

Se avete risposto 5, probabilmente avete sbagliato. Avete dimenticato che anche gli Euro che avete in tasca pesano. In particolare il peso delle monete è riportato qui a fianco.

Moneta	Peso (grammi)
1 cent	2,30
2 cent	3,06
5 cent	3,92
10 cent	4,10
20 cent	5,74
50 cent	7,80
1 €	7,50
2 €	8,50

Quindi, a seconda di come uno paga, non solo perde peso per la spinta aerostatica del palloncino, ma anche per la perdita di monete in suo possesso. Se il tale comperasse tre palloncini pagandoli con tre monete da 10 centesimi peserebbe esattamente 73 chili. Se poi si fosse portato dietro un'adeguata scorta di monete da un centesimo o da due, sarebbero bastati, ed avanzati, due palloncini.

1.46 Io sono il Papa

La dimostrazione è un classico dovuto a Bertrand Russel. Il Papa ed io siamo due, ma se 2=1 il Papa ed io siamo uno, quindi io sono il Papa.

1.47 Un cane legato per il collo

Da nessuna parte è scritto che l'altra estremità della corda sia legata a qualcosa, quindi... Il problema avrebbe potuto avere una soluzione anche se l'altra estremità della corda fosse stata legata. Bastava che il cane fosse a 5m dal punto di fissaggio della corda e che l'osso si trovasse sulla retta definita dal cane e dal punto di fissaggio, ma dall'altra parte rispetto al cane.

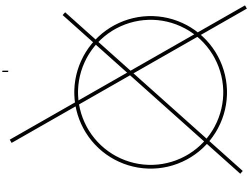
1.48 Inflazione

L'errore sta nel passaggio 100 c = (0,1 c)^2*. Per effetto dell'innalzamento al quadrato non abbiamo più c ma c*^{½}*. Se avete dei dubbi provate a farlo partendo da 1 m.*

1.49 Frasi strane

Possono essere scritte usando le targhe automobilistiche italiane.

1.50 Un cerchio con due rette



Con può indicare il complemento di mezzo ma anche di compagnia…

1.51 Scavalcare una matita

Se avete accettato la scommessa che non è possibile, avete fatto bene: basta posare la matita sul pavimento, ma contro un muro.

1.52 Un'altra successione ancora

Nella successione detta "look and say" o "guarda e dimmi" ogni numero, a parte il primo, è la descrizione del numero che lo precede: 1, un 1=11, due 1=21, un 1 ed un 2=1112, … La successione è molto interessante, è stata oggetto di studi approfonditi, e in essa non compare mai una cifra maggiore di 3.

1.53 Una casa

Basta costruirla al Polo Nord.

1.54 Un'altra casa

Non è detto che dall'interno si debba guardare a Sud. Quindi basta costruirla al Polo Sud e, stando fuori, guardare dentro.

1.55 Altre case

Basta costruire delle case a pianta circolare e con una finestra sola.

1.56 Tre sacchetti di confetti

Basta guardare la sequenza con cui vengono presi: ABCBABC… per capire che il sacchetto che si svuoterà per primo sarà il sacchetto B. Nel sacchetto A saranno rimasti due soli confetti e tre nel sacchetto C. Se i confetti fossero stati 6, si sarebbe vuotato sempre per primo il sacchetto B e negli altri sarebbero rimasti 3 confetti per ciascuno.

2 Problemi di calcolo

2.1 Le età dei tre fratelli

Se noi scriviamo tutti i modi in cui la somma di tre età fanno 13 (non sono tantissime, se usiamo la proprietà commutativa dell'addizione e non consideriamo fratelli appena nati, di età 0) troviamo che due di esse hanno lo stesso prodotto ($36 = 6 \cdot 6 \cdot 1 = 9 \cdot 2 \cdot 2$), mentre tutte le altre hanno prodotti diversi. Il conoscere il numero di casa, pertanto, mi consentirebbe di risolvere il problema tranne che nel caso del 36. Sapendo, però, che ci deve essere un fratello maggiore, vuol dire che le età sono 9, 2 e 2.

2.2 I due fratelli pecorai scozzesi

Il ricavato dalla vendita è un quadrato. Per come è stato diviso, esso ha un numero dispari di decine. I soli quadrati con un numero dispari di decine, terminano per 6. Quindi al minore mancano 4 sterline. Aggiungendo l'accendino nuovo il fratello maggiore si impoverisce di 2 sterline e ne dà 2 al fratello minore e sono in pari: l'accendino vale 2 sterline.

2.3 La moltiplicazione delle amebe

Dopo 174 giorni, sia per il problema originale che per la variante.

2.4 I tre ladri e la damigiana

La prima risposta potrebbe essere no, visto che un recipiente ha 5 litri e ad ognuno ne spettano 8, ma esiste anche un quarto recipiente: la damigiana.

Capacità recipienti			*Contenuto*			
24	*24*	*8*	*8*	*8*	*8*	*8*
13	*0*	*0*	*11*	*13*	*8*	*8*
11	*0*	*11*	*0*	*3*	*3*	*8*
5	*0*	*5*	*5*	*0*	*5*	*0*

2.5 Stenaritmia 1

Basta sommare i due numeri

2.6 Stenaritmia 2

Basta proporre un numero a caso ed il complemento a 10.000 di quello proposto dal vostro avversario. Il numero pensato sarà 10.000+ il primo numero a caso dato da voi. P. Es. 3456 + 1234 + 6544 (complemento a 10.000 di 3456). Il risultato è 11.234.

2.7 Un cuoco e le sue uova

All'ultima dette la metà delle uova più mezzo uovo e rimase senza; ne consegue che le dà un uovo; alla seconda, di conseguenza, dà un uovo e mezzo più mezzo uovo, due uova. Alla prima 3 uova e mezzo più mezzo uovo. In tutto aveva, perciò sette uova.

2.8 Il taglio della corda

Dopo 13 giorni, in quanto il problema non chiede dopo quanti giorni si è usata tutta la corda ma quando si è finito di tagliare.

2.9 La lumaca ed il muro

Dopo 4 giorni. Il quarto giorno si trova a tre metri di altezza, ne sale altri 4, arriva sulla cima del muro e non scende più.

2.10 Le dita di una mano

È una congruenza modulo 8. Vale a dire che due numeri con lo stesso resto nella divisione per 8 si trovano sempre sullo stesso dito. Resto 0 sull'indice, 1 sul pollice, 2 sull'indice di nuovo, 3 sul medio, 4 sull'anulare, 5 sul mignolo, 6 sull'anulare di nuovo e 7 di nuovo sul medio. Pertanto, siccome 1994 ha resto 2 nella divisione per 8 ci fermeremo sull'indice.

2.11 Una divisione facile

I*l resto è sempre 0. Il numero, infatti, è dato da AB · 10101 che è divisibile per 7 e per 3 e di conseguenza lo sarà anche il prodotto.*

2.12 Le monete false

Sapendo quanto pesa una moneta, basta pesarne un gruppo composto da 1 della prima pila, 2 della seconda, tre della terza, …

2.13 23 perle

Le parti sono composte da 1, 1, 3, 6 e 11 perle.

2.14 4 numeri importanti

I numeri sono 1, 3, 9 e 27. Infatti abbiamo 1, 2=3-1, 3, 4=3+1, 5=9-3-1, 6=9-3, 7=9-3+1, 8=9-1, ... In generale si può dire che la successione delle potenze di tre genera tutti i numeri compresi tra 1 e la somma delle potenze considerate?

2.15 Due bottiglie da un litro

Nella seconda bottiglia abbiamo una quantità x di vino (espressa in litri è un numero <1). Nella prima manca una quantità x di liquido e abbiamo una quantità (1-x) di vino. Quando preleviamo dalla seconda bottiglia una quantità x di miscela preleveremo $x \cdot x$ *litri di vino. Nella prima allora avremo una quantità di vino pari a* $1-x+x^2$ *litri. Essa è rappresentata da una parabola con la concavità verso l'alto e con un minimo per x=-b/2a=0,75.*

2.16 La fondazione di Roma

Roma venne detta dagli antichi la città quadrata perché, evidentemente, Romolo... non conosceva la matematica. Egli infatti avrebbe dovuto tracciare la curva chiusa di dato perimetro e di massima area, che non è un quadrato ma una circonferenza. Ma come si sa la matematica non era il punto forte dei Romani ma dei Greci. In realtà è abbastanza facile dimostrare che il quadrato è, di tutti i rettangoli di dato perimetro, quello di area massima (quindi Romolo non aveva sbagliato moltissimo). È più difficile dimostrare che la circonferenza lo è in assoluto, ma abbastanza facile verificare che l'area di un cerchio di data circonferenza è maggiore di quella del quadrato avente perimetro uguale alla circonferenza.

2.17 Un divisore

Poiché il numero termina per 9, il suo quadrato terminerà per 1. Per elevare il numero originale alla quarta, basterà elevare al quadrato il numero ottenuto. Poiché esso termina per 1, anche il suo quadrato terminerà ancora per 1. Aggiungendo al risultato ottenuto 4, troveremo un numero che termina per 5, quindi...

2.18 Quattro conti

Ci sono 4!=24 operazioni possibili. Da queste, però, toglieremo quelle che contengono la sequenza -4+4, che danno lo steso risultato di quelle con la sequenza +4-4 (sono 3 · 2 e le operazioni sono ridotte a 18). La sequenza -4 · 5 non potrà mai dare un risultato ottimale in quanto · 5-4, trattandosi di numeri >1, darà sempre un risultato maggiore (e ne togliamo altre 6; ne restano 12). Lo stesso dicasi per la sequenza +4:2 (ma in questo caso ne togliamo solo 2 perché abbiamo già tolto -4+4:2 che appare due volte e le due sequenze · 5-4+4:2 e +4:2 · 5-4: ne restano 10). Toglieremo poi tutte le sequenze con :2 · 5 che danno lo stesso risultato di quelle · 5:2 (alcune le abbiamo già tolte; restano :2 · 5+4-4, e +4-4:2 · 5; ne restano 8). Di queste, la sequenza che dà il risultato massimo è 30:2+4 · 5-4=91.

2.19 Il numero più grande

Si potrebbe pensare a 999 ma il problema sarebbe banale; potremmo allora suggerire 10^9*. Ma allora, senza dubbio è più grande ancora* 9^{9^9} *che, mi dicono, è un numero 369.693.100 cifre. Ma più grande ancora dovrebbe essere* $\left(9^{9^9}\right)!$ *che ha il difetto di usare oltre alle tre cifre anche il fattoriale (la parentesi, invece, è opzionale).*

2.20 Un centesimo di Euro

La capitalizzazione è esponenziale, nel senso che, passato un anno gli interessi si sommano al capitale iniziale per produrre nuovi interessi nell'anno successivo. In 2000 anni si otterrà un'eredità di $1{,}02^{2000}$ *= 1.586.147.327.603.768 €. Se voleste trasformare in oro l'importo, con l'oro a 38 € al grammo (23 luglio 2016), ricevereste 41.740.719,14 tonnellate d'oro. L'oro ha una densità di 19,3 kg/dm³. La quantità sarebbe equivalente a 2.162.731,56 m³ d'oro: un appartamento di 100m² e tre metri di altezza ha un volume di 300 m³ e ve ne occorrerebbero oltre 7.000 per tenerlo tutto; bisogna dire poi che i pavimenti cederebbero sotto il peso di tanto oro, che, poi, non esiste al mondo visto che la quantità totale di oro estratto è di 171.300 tonnellate soltanto. Comunque l'oro non fa la felicità e poi c'è sempre un bidone nascosto: molto probabilmente non sareste l'unico erede, perché anche la popolazione del mondo è cresciuta esponenzialmente e vi trove-*

reste a dividere la somma con molti altri eredi; per non parlare delle tasse di successione!

2.21 Somme di numeri

Supponendo che sappiate che $11 \cdot 11 = 121$*, sì, perché questo è il risultato. La somma dei primi n numeri dispari è* n^2*. Ad esempio* $1+3+5+7+9 = 5^2$*.*

2.22 Una successione

La successione assume i valori 1, 1,4141..., 1,4422..., 1,4142..., 1,3797..., ... 1,0000. Pertanto il valore massimo si ha per n=3.

2.23 Le azioni salgono e scendono

Il ragionamento non è corretto. Supponiamo che all'acquisto le azioni valgano 1000 lire. Il martedì valgono 900 ed il mercoledì 990 (il 10% di 900 e non il 10% di 1000).

2.24 Una somma

La cifra finale dei quadrati dipende dalla cifra finale del numero. Ogni decina di numeri avrà la seguente sequenza di cifre

$$1 \quad 4 \quad 9 \quad 6 \quad 5 \quad 6 \quad 9 \quad 4 \quad 1 \quad 0$$

Poiché 1+9 e 4+6 danno come finale 0, ogni decina avrà come finale della somma dei quadrati 5. Allora se le decine sono pari, la loro somma sarà 5, se saranno dispari la loro somma sarà 0. Le decine di 1996 sono dispari, quindi la somma, fino a 1990 dà 5 come cifra finale. Le restanti 6 cifre danno come somma 5 e pertanto la cifra finale della somma è 0.

2.25 In che giorno sono nato?

In un anno ci sono 52 settimane ed un giorno, e due giorni negli anni bisestili. E bisestile deve essere l'anno in cui sono nato se c'erano, appunto due sabati e due domeniche in più e, di necessità l'anno doveva cominciare di sabato. Dal primo gennaio al primo marzo ci sono 31+29+1=61 giorni. Il resto della divisione per 7 di 61 è 5 ed io sono nato di mercoledì.

2.26 Una moltiplicazione robusta

Se aggiungessimo 1 ad m otterremmo 10^{77}*. Poiché il prodotto* $m \cdot n$ *si può* *scrivere (m+1) · n - n. Ma (m+1) · n è un numero che aggiunge 77 zeri ad un numero che ha 99 cifre ed è lungo complessivamente 176 cifre. Poiché devo togliere n che ha un numero minore di cifre, può succedere, al più, che la 100esima cifra diminuisca di 1. E quindi le cifre del risultato sono sempre 176.*

2.27 Le cuciture del pallone di calcio

Ci sono in tutto 20 · 6 + 12 · 5 = 180 lati che verranno cuciti a due a due, non importa come. Pertanto le cuciture saranno 180/2=90

2.28 Il prodotto di cinque numeri consecutivi

Il prodotto di cinque numeri consecutivi terminerà sempre per 0 perché tra i fattori ci sarà sempre un 5 ed un numero pari, oppure un numero che finisce per 0.

2.29 Ancora con gli anni

La prima riga ha un numero, la seconda ne ha 2 e così via. Le prime 5 righe hanno nel complesso 1+2+3+4+5=5 ·6/2=15 numeri. Pertanto la riga ennesima che noi cerchiamo sarà quella per la quale n(n+1)/2≥1996 e (n-1)n≤1996. La colonna si trova poi con facilità. La soluzione della prima equazione è 62,684... e l'ultimo numero della riga 62esima è 62 ·63/2=1953. Il primo della 63esima riga sarà 1954. Il 43esimo elemento della riga (per contare vanno bene anche le dita; altrimenti basta fare 1996-1953) sarà il 1996.

2.30 Un numero di cinque cifre

Deve essere vera l'equazione 10x+1=3(100.000+x). La soluzione è 42.857

2.31 Ancora con i fratelli

Siano x i fratelli ed y le sorelle. Vale il seguente sistema

$$\begin{cases} x-1=y \\ 2(y-1)=x \end{cases}$$

Si trova che x=4 ed y=3.

2.32 Un cubo

Basta provare con i cubi dei numeri di 2 cifre tra 10 e 21 (il cubo di 22 ha 5 cifre); 10 non può essere, 11 nemmeno, 12^3=1728, 13^3=2197. È lui!

2.33 Un problema di palline

Nel quadrato dobbiamo avere un quadrato di palline (però!); nel triangolo equilatero di lato n abbiamo n(n+1)/2 palline: infatti possiamo pensare che ci sono n lati, uno di lunghezza 1, uno di lunghezza 2,... e 1+2+3+4+... +n=n(n+1)/2. Dobbiamo trovare un numero che si possa ottenere con questa formula e che sia nel contempo, maggiore di 1000, ottenibile con la formula sopra riportata e che sia anche un quadrato.
Se risolviamo l'equazione n(n+1)/2=1000 troviamo la soluzione positiva n=44,2242.... Consideriamo allora le somme di n numeri consecutivi a partire da n=45 e cerchiamo quale di queste somme sia anche un quadrato perfetto. Una volta trovato che la somma per n=45 dà1035 basta aggiungere poi 46, 47, 48,.. e troviamo che il primo numero ad essere un quadrato perfetto è 1225 che corrisponde alla somma di 49 numeri (lato del triangolo equilatero) ed è anche il quadrato di 35 (lato del quadrato, appunto!).

2.34 Viale del tramonto

Se pensate che si tratta di alberare 600 metri di marciapiede e che 600 / 15 fa 40, dimenticate che dovete aggiungerne ancora due alla fine del viale. La risposta esatta è, quindi, 42.

2.35 Dimmi chi 6

Sono abbastanza semplici

$$3\cdot3-3=6 \qquad 4+4-\sqrt{4}=6 \qquad 5:5+5=6 \qquad 6-6+6=6 \qquad 7-7:7=6$$

Un po' più impegnativi, per la presenza delle doppie radici

$$8-\sqrt{\sqrt{8+8}}=6 \qquad 9-\sqrt{\sqrt{9\cdot9}}$$

Decisamente più impegnativi, data la non frequente dimestichezza con i fattoriali

$$(1+1+1)\,!=6 \qquad (0!+0!+0!)\,!=6$$

Ancora di più, per la asimmetria della soluzione, $\left(\sqrt{10-10:10}\right)!$

2.36 Tre per tre

E^2 deve finire per 6. Quindi E può essere 4 o 6. Ma I è uguale a 6, quindi E deve essere 4. T, inoltre, non può superare il 3, perché altrimenti l'ultimo prodotto dovrebbe avere 4 cifre. Nella tavola dei quadrati cerchiamo i numeri

*con tutte e tre la cifre diverse, che terminano per 4, con un quadrato di 5 cifre (numeri tra 104 e 304 quindi) e che abbiano, nel quadrato, il 4 come centinaia ed il 6 come migliaia e come unità: numeri del tipo *64*6. C'è un solo quadrato che soddisfa questi requisiti:* 294^2*=86.436.*

2.37 Misure strane 1

Mezzo metro; infatti $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2+1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

2.38 Misure strane 2

Occorrono 4 mezzimetri quadri per farne uno. Quindi abbiamo un appartamento di 64 metri quadri. Un buon suggerimento per le agenzie immobiliari.

2.39 Mezzi litri

Naturalmente 6 mezzi litri, visto che anche la mezza dozzina, in mancanza di altre indicazioni si intende di mezzi litri.

2.40 L'orologio della torre

Tra un tocco e l'altro passano quattro secondi, in quanto ci sono tre intervalli soli. Quindi a mezzogiorno ne impiegherà 44.

2.41 Un'altra moltiplicazione robusta

$4^{18}=2^{36}$*. Quindi possiamo scrivere* $3^2\cdot 2^5\cdot(2\cdot 5)^{31}$*=288 seguito da 31 zeri!*

2.42 Le pastiglie

Un'ora e mezza.

2.43 Una semplice operazione

Dividere per ½ vuol dire moltiplicare per 2! Il risultato è 70 e non 25.

2.44 Dimmi chi... 5

55+5

2.45 Un tamponamento

Due per ogni automobile tranne la prima e l'ultima che ne hanno uno solo, *quindi 18.*

2.46 I gradini per casa mia

Il minimo comune multiplo tra 7, 6, 5, 4, 3 e 2 diminuito di uno: 419 gradini da fare 7 volte... che fiato! La seconda variante del problema potrebbe essere il mcm aumentato di uno, ma in realtà la soluzione minima è 1.

2.47 1999

È multiplo di 5 in quanto 1999^4 *terminerà per 1; se ad esso 1 sommiamo 4... Non è multiplo di 3. 1999 non è multiplo di 3 e si può scrivere come 3x+1.* $(a+b)^4$ *si può scrivere (si pensi al triangolo di Tartaglia)*

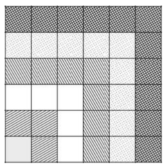
$$a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$

che nel nostro caso diventa, ponendo a=3x e b=1

$$(3x)^4+4\cdot(3x)^3+6\cdot(3x)^2+4\cdot(3x)+1$$

I primi 4 termini ccontengono 3x e sono multipli di 3. L'ultimo è 1; se ad esso aggiungiamo 4, otterremo 5 quindi il numero non sarà multiplo di 3.

2.48 La somma dei primi n numeri dispari



N^2. Infatti il quadrato di lato 2 è fatto di 1 quadratino +3 quadratini; per quello di lato 3 devo aggiungere 2+2+1 quadratini (5); passando dal quadrato di lato n-1 a quello di lato n devo aggiungerne (n-1)+(n-1)+1=2n-1 che è appunto l'ennesimo numero dispari.

2.49 Un numero periodico

E infatti non lo è; eseguendo i calcoli con sufficiente precisione troviamo che il risultato è 0, 27272 72727 27272 72727 27272 72727 27272 72727 27272 72727 27272 72728 75757 57575 75757 57575 75757 57575 75757 57575 75757 57575 75757 57571 71548 che vediamo non essere periodico. È per questo motivo (ed altri simili a questo ad onor del vero) che i matematici non si fidano delle apparenze e vogliono sempre le dimostrazioni...

2.50 1024 Euro

Bisogna definire prima cosa si intende "senza un euro". Se date il significato di "senza un soldo" il problema potrebbe essere irresolubile perché quando vi *troverete a dividere i 25 centesimi avrete un po' di difficoltà a farlo. Se invece intendete quando non avrete più un euro in tasca, allora il conto potrebbe essere diverso: dopo un giorno 512€, dopo 2 giorni 256€, tre 128€, quattro 64€, cinque 32€, sei 16€, sette 8€, dopo otto giorni 4€, nove 2€, dopo dieci 1€ e dopo undici giorni vi trovate con soli 50 centesimi, quindi senza un euro in tasca.*

2.51 I numeri da 1 a 6

Una soluzione è, in senso orario e partendo dall'1: 1 6 3 2 5 4. L'altra soluzione è la stessa, ma in senso antiorario. Se non avessimo messo l'1 iniziale le soluzioni sarebbero state 12, 6 ruotando di un posto in senso orario la prima soluzione trovata e 6 ruotando in senso antiorario la seconda.

2.52 I quadrati tra 50 e 59

I numeri possono essere scritti come $(50+a)^2 = 2500 + 2 \cdot 50 \cdot a + a^2 = 2500 + 100 \cdot a + a^2$ *. Quindi* $57^2 = 2500 + 700 + 49 = 3249$*. Basta, quindi, calcolare 25+a ed* a^2 *e scriverli uno a fianco all'altro: 25+7=32,* $7^2=49$ *e scrivo i due numeri uno a fianco all'altro 3249.*

2.53 La somma dei primi n numeri pari

Consideriamo la somma: 2+4+6+8+ … +2n. Togliendo ad ogni addendo 1 la somma si può scrivere 1+3+5+7+...+(2n-1) + n dove l'ultimo n è la somma di tutti gli uni che abbiamo tolto. Abbiamo quindi la somma dei primi n numeri dispari (vedi il problema 2.48) alla quale dobbiamo aggiungere n, quindi n^2+n*. Ad esempio la somma dei primi 3 numeri pari fa* $2+4+6=12=3^2+3$*.*

2.54 Le lancette dell'orologio (primo problema)

Non sono sovrapposte, perché in un quarto d'ora la lancetta dei minuti ha percorso 90°, ma anche quella delle ore si è spostata. La lancetta delle ore percorre 360° in 12 ore, cioè in 720 minuti. Quindi in un quarto d'ora, 15 minuti, è avanzata di 15/720 di angolo giro, cioè di 7,5°.

2.55 Le lancette dell'orologio (secondo problema)

È il problema più semplice dei 3. Sono sovrapposte a mezzogiorno, poi si sovrapporranno una volta tra l'una e le due (non ci interessa quando), una se-

conda tra le due e le tre, una terza tra le tre e le quattro, e così avanti … una decima tra le dieci e le undici e poi basta, perché tra le undici e le dodici saranno sovrapposte esattamente alle 12 (provate con un orologio per credere). Quindi tra mezzogiorno e mezzanotte si sovrapporranno 10 volte, ed in generale ci sono 11 posizioni in cui le lancette sono sovrapposte, perché il problema escludeva quella delle 12.

2.56 Le lancette dell'orologio (terzo problema)

Questo è il più impegnativo da un punto di vista dei calcoli. In un'ora la lancetta delle ore si sposta di 30° (360° in 12 ore). In un'ora la lancetta dei minuti si sposta di 360° (fa un giro). Quando le lancette si sovrappongono tra l'una e le due è passato un tempo x. La lancetta delle ore ha percorso 30x gradi, e quella dei minuti 360x. Poiché ad ogni giro la lancetta dei minuti si azzera e poiché x è più grande di un'ora dovremo togliere 360 ai minuti. Perché le due lancette siano sovrapposte di nuovo dovremo avere che 30x=360x-360. Quindi 330x=360 e x=360/330=12/11=1,$\overline{09}$ = 1h 5' 27,$\overline{27}$". In generale le lancette si sovrapporranno di nuovo trascorsi 1h 5' 27,$\overline{27}$" per cui le sovrapposizioni si avranno alle ore

12 00' 00,00"	03 16' 21,$\overline{81}$"	06 32' 43,$\overline{63}$"	09 49' 05,$\overline{45}$"
01 5' 27,$\overline{27}$"	04 21' 49,$\overline{09}$"	07 38' 10,$\overline{90}$"	10 54' 32,$\overline{72}$"
02 10' 54,$\overline{54}$"	05 27' 16,$\overline{36}$"	08 43' 38,$\overline{18}$"	12 00' 00,00"

2.57 Un foglio di carta

Cominciamo con la prima domanda. È una semplice proporzione tra aree. Un foglio A4 ha un'area di 62.370 mm^2; un foglio di un $metro^2$ ha un'area di 1.000.000 mm^2. Basterà fare una proporzione 62.370:1.000.000=x:80. Risulterà che un foglio di carta pesa 4,9896 ≅ 5 grammi.
Passiamo alla seconda domanda; ad ogni piega lo spessore raddoppia; una piega→0,16mm, 2 pieghe→0,32mm, 3→0,64, 4→1,28 5→2,56 6→5,12 7→10,24 8→20,48 9→40,96 10→81,92 11→163,84 12→327,68 13→655,36 14→1310,72 15→2621,54 che sono 2,62 metri. Se il soffitto è alto 2,8 metri non riuscirete a fare un'altra piega. A questo punto avete capito che l'altezza comincia a crescere piuttosto rapidamente (si dice in maniera esponenziale).

La torre Eiffel sarà raggiunta dopo 22 pieghe, la Luna sarà raggiunta piegando "solo" 42 volte il foglio di carta e con meno di 51 pieghe supereremmo la distanza tra la Terra ed il Sole.

3 Problemi di geometria

3.1 Tutte le circonferenze sono uguali

La circonferenza più piccola striscerebbe su un ipotetico piano su cui verrebbe a trovarsi mentre la grande rotola.

3.2 Rompicapo geometrico

È abbastanza semplice: r, come l'altra diagonale del rettangolo ed in un rettangolo le diagonali sono congruenti.

3.3 Area di una figura

$A=4r^2$

3.4 Un angolo retto ed uno ottuso sono congruenti

Provare a fare il disegno corretto e si constaterà che il segmento EO si lascia il punto A alla sinistra.

3.5 La diagonale del quadrato

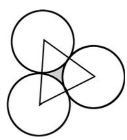
Questi sono i problemi cui si va incontro con le funzioni discontinue. La successione è indubbiamente costante, il suo limite è 2, ma la diagonale no.

3.6 Il foro di una sfera

Il risultato è 36π; può sembrare strano che non contenga né il raggio della sfera né quello del cilindro. In realtà sono implicitamente incluse nella richiesta che il foro abbia 6 centimetri di altezza.

3.7 Ritagliare una figura

In realtà le figure che compongono i due triangoli non sono proprio uguali, come si dovrebbe rilevare guardando bene i disegni. Sono diverse, in particolare le due coppie di triangoli che nel disegno non sono perfettamente chiusi sul lato obliquo.

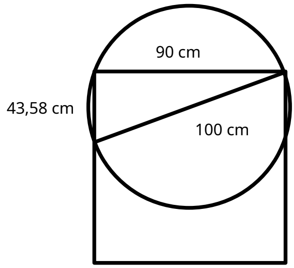


3.8 Tre monete

È data dalla differenza tra l'area del triangolo equilatero avente *come vertici i centri delle monete e la semiarea di un cerchio. Il lato del triangolo è 2r, l'altezza* $r\sqrt{3}$ *, l'area* $\sqrt{3}\,r^2/2$ *e l'area in grigio è*

$$\frac{\sqrt{3}\,r^2-\pi r^2}{2}$$

3.9 Due tovaglie



Non è possibile, come mostra abbastanza bene il disegno qui a fianco. Una sola tovaglia è in grado di coprire completamente solo 43,58 cm di tavolo; due non riusciranno mai a coprirne 90.

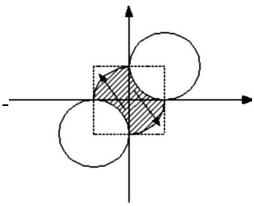
3.10 Due strade

Le due curve sono sempre lunghe πd dove d è la distanza tra A e B. Non ha alcuna importanza, poi che i tre archetti abbiano lo stesso raggio o meno: provare per credere.

3.11 Tutti i triangoli sono isosceli

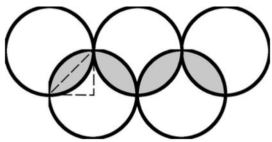
Si faccia il disegno con una certa precisione e si vedrà che non si riesce a riprodurre la figura.

3.12 Un'altra area



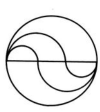
Basta osservare che la figura è equivalente a due quadrati di lato 1 e pertanto ha un'area di 2

3.13 Gli anelli olimpici



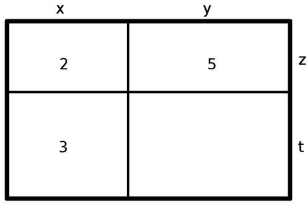
L'area del triangolo segnato è, stante il raggio 1, ½. L'area di ¼ di cerchio è π/4; la differenza è π/4-1/2; questa differenza la contiamo 8 volte e l'area sarà 2(π-2).

3.14 La trisezione del cerchio



Basta dividere il diametro in tre parti uguali e disegnare con il compasso le 4 semicirconferenze della figura.

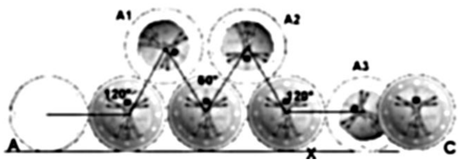
3.15 I perimetri dei rettangoli



Il perimetro del rettangolo grande è 8;. Infatti, siano x,y,z,t i lati dei rettangoli. Il perimetro del rettangolo grande sarà allora p=2[(x+y)+(z+t)]=2(x+z)+2(y+t); ma 2(x+z)=2, quindi p=2+2(y+t). Aggiungiamo e togliamo z all'interno della parentesi p=2+2(y+z-z-t)= 2+2(y+z)+2(t-z). 2(y+z)=5, quindi p=2+5+2(t-z). Aggiungiamo e togliamo x e p=2+5+2(t+x-x-z)=2+5+2(t+x)-2(x+z)=2+5+3-2=8.

3.16 L'Euro a rotoli

Dalla figura si possono facilmente calcolare gli angoli di rotazione che sono 120° attorno alla prima, 60° attorno alla seconda e 120° attorno alla terza per un complesso di 300°. Pertanto l'uomo di Leonardo penderà verso sinistra do 60°. Provare per credere.



3.17 Antico Egitto

In un giro il rullo avanza di $2\pi R$ ovvero di 4π, se il raggio è 2, ma rispetto al rullo l'obelisco avanza di altrettanto e quindi l'avanzamento complessivo sarà 8π cubiti.

3.18 Un colpo di spugna

Supponiamo che invece che girare la spugna, sia il vetro a ruotare. Nell'angolo della finestra in ogni istante (tranne l'iniziale e il finale) vediamo un triangolo rettangolo, formato da due lati del vetro e dal diametro della spugna che fa da ipotenusa. Un triangolo siffatto è contenuto in una semicirconferenza. Quindi se manteniamo l'ipotenusa (o diametro) fisso, e spostiamo il vertice con l'angolo retto, descriviamo una semicirconferenza, che sommata a quella fissa della spugna, forma un cerchio di raggio 10, e quindi di area = $10^2 \pi \simeq 314$. (Geniale soluzione del problema dovuta a Giorgio Dendi)

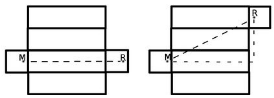
3.19 Tappo tondo o tappo quadrato

Supponiamo che i due buchi abbiano la stessa superficie, 1.

Buco quadrato e tappo tondo	***Buco tondo e tappo quadrato***
Area buco = Area quadrato=1	*Area buco = Area cerchio = 1*
Lato buco = 1 Raggio tappo = ½	*Raggio buco=* $r = (1/\pi)^{½}$ *Diagonale del tappo =* $d = 2r = 2 (1/\pi)^{½}$ *Lato del tappo =* $d/(2)^{½} = [2(1/\pi)^{½}]/(2)^{½} = (2/\pi)^{½}$
Area tappo = $\pi(½)^2 = \pi/4$	*Area tappo =* $[(2/\pi)^{½}]^2 = 2/\pi$
Area libera dal tappo = 0,2146...	*Area libera dal tappo = 0,3634...*

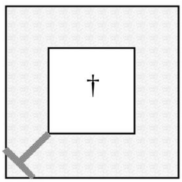
È meglio un tappo tondo su un buco quadrato che viceversa... ma molto meglio ancora un tappo tondo sul buco tondo ed un tappo quadrato sul quadrato, soprattutto se la botte è piena.

3.20 La mosca e il ragno



Apriamo la scatola per esaminare, in piano, i possibili percorsi. Sulla scatola di sinistra vediamo il percorso del ragno se si muove puntando direttamente alla mosca Percorrerà 11 + 30 + 1 cm = 42 cm. Ma se apriamo la scatola come a destra vediamo un secondo possibile percorso che si può calcolare col teorema di Pitagora; il cateto minore è 6+12+6 = 24 cm; quello maggiore è 1+30+1 = 32 cm. Applicando il teorema di Pitagora troviamo che l'ipotenusa è $\sqrt{24^2+32^2}=\sqrt{1600}=40$.

3.21 Un fossato troppo largo



La diagonale tra due vertici è lunga 2√2 = 2,83 m. Se mettiamo un'asse a 45° tra due lati del quadrato, esso ci consentirà di avvicinarci, al centro, di un metro all'altro vertice che a questo punto disterà solo 0,83 m. E quindi *gettando l'altra asse riusciremo a raggiungere Excalibur. Attenti a non cadere, però!*

3.22 Contare i vertici

Poiché ci sono sia triangoli che quadrati, la risposta 5 quadrati non va bene. Ogni quadrato ha 4 vertici ed ogni triangolo 3; cominciamo a sottrarre da 20 4 fino a quando il risultato non sarà un multiplo di 3. 20 – 4= 16; 16-4=12; 12 è un multiplo di 3, quindi i quadrati sono 2 ed i triangoli 4 (12:3). Se i vertici fossero stati 22 la soluzione non sarebbe stata unica perché avremmo potuto avere 6 triangoli ed un quadrato oppure 2 triangoli e 4 quadrati.

4 Problemi di algebra

4.1 Indovina un numero

Sono calcoli che servono solo a creare confusione. In pratica si moltiplica per 9 e si divide per 9; in più c'è una divisione per due che complica la vita.

4.2 Paradosso algebrico

Siamo proprio sicuri che è $(b-c)^2$ e non $(c-b)^2$?

4.3 Un topo ed un elefante

Il topo pesa ½ etto: basta impostare un'equazione. Se x è il peso del topo, l'elefante pesa $1000+x$. $1000+x+x=1000{,}1$. $2x=1000{,}1-1000$. $2x=0{,}1$ e $x=0{,}1/2$. Il topo quindi pesa mezzo etto e l'elefante 1000,05 kg.

4.4 Tre coppie di coniugi

Siano x i pezzi acquistati dal marito e y quelli acquistati dalla moglie. Allora ognuno spende x^2 o y^2 €. Ne consegue che $(x^2-y^2)=63$ e quindi $(x+y)(x-y) = 63\cdot 1$ oppure $21\cdot 3$ oppure $9\cdot 7$. Abbiamo quindi tre possibilità:

$$(x_1+y_1)=63 \qquad x_2+y_2=21 \qquad x_3+y_3=9$$
$$(x_1-y_1)=1 \qquad (x_2-y_2)=3 \qquad (x_3-y_3)=7$$

Risolvendo i sistemi

$$x_1=32 \qquad x_2=12 \qquad x_3=8$$
$$y_1=31 \qquad y_2=9 \qquad y_3=1$$

Poiché $x_1-y_2=21$ allora x_1=Bianchi y_2=Luisa
$x_2-y_3=11$ allora x_2=Verdi y_3=Anna
e quindi, per esclusione, x_3=Rossi y_1=Maria.

4.5 Mescolare acqua e vino

C'è tanta acqua nel vino, quanto vino nell'acqua. Siano n i litri di liquido contenuti in ogni recipiente ed m i litri che vengono prelevati. Dopo il primo travaso, nel recipiente del vino ci sono $n+m$ litri di liquido. Ne prelevo m. Essi non saranno tutti di vino. Avremo

$$m\left(\frac{n}{n+m}\right) \quad \text{litri di vino}$$

ed

$$m\left(\frac{m}{n+m}\right) \quad \textit{litri d'acqua.}$$

Nel recipiente del vino rimarranno, pertanto,

$$n-m\left(\frac{n}{n+m}\right)=\frac{n^2+mn-mn}{n+m}=\frac{n^2}{n+m} \quad \textit{litri di vino}$$

Nel recipiente dell'acqua alla fine si troveranno

$$n-m+m\left(\frac{m}{n+m}\right)=\frac{(n-m)(n+m)+m^2}{n+m}=\frac{n^2-m^2+m^2}{n+m}=\frac{n^2}{n+m} \quad \textit{litri di acqua}$$

come si voleva dimostrare.

4.6 9=5

L'errore c'è al solito, nell'eliminazione del quadrato, tra la terzultima e la penultima riga. Si dimentica, infatti che $(9-7)^2 = (7-9)^2$.

4.7 Somme di infiniti numeri

Questo è uno dei tanti paradossi che si possono fare con l'∞. Non dobbiamo dimenticare che $2\infty=\infty$, $\infty-1=\infty$,...

4.8 Ancora sulle serie

Anche questa è una conseguenza della somma di infiniti termini. Sono sbagliati tutti e due i ragionamenti, validi per i casi finiti e non per i casi infiniti.

4.9 Un'altra eredità dello sceicco

Sia n il numero complessivo dei pozzi. Al primo figlio vanno $1+\frac{n-1}{9}=\frac{n+8}{9}$ *pozzi di petrolio. Ne restano* $n-\frac{n+8}{9}=\frac{8n-8}{9}$ *. Al secondo figlio vanno, allo-*

ra, $2+\frac{\frac{8n-8}{9}-2}{9}=\frac{8n+136}{81}$. *Uguagliando i due termini e risolvendo l'equazione si trova che n = 64, il numero di pozzi ed i figli sono 8.*

4.10 Un secchio di sabbia

Sia x il peso della sabbia nel secchio pieno ed y quello del secchio. x+y=9 ed x/2+y=5. Sottraendo membro a membro troviamo che x/2=4, quindi x=8 ed y=1.

4.11 Una partita di angurie

Inizialmente la parte non acquosa delle angurie è pari all'1% e quindi possiamo pensare che la partita è fatta di 495kg di acqua e 5 di residuo secco. Se questi 5 kg sono diventati, dopo una settimana il 2% del peso, 0,02 · peso angurie = 5 kg e quindi peso angurie= 5/0,02=250 kg! Non siamo esperti di angurie, ma probabilmente sono da buttare!

4.12 Un sistema difficile

Basta notare che sommando membro a membro si ottiene 10000x+10000y=70000. Quindi x=7-y. Avremo da fare una moltiplicazione per 7, qualche sottrazione e riconoscere che 4505= 5 · 901. x=2 ed y=5.

4.13 Un numero a piacere

Sia AB il numero pensato e CD=2AB. CD ha due cifre, perché AB e <50. ABCD si può scrivere come 100AB+2AB. ABCD=102AB. 102=2 · 3 · 17.

4.14 Un prodotto di binomi

0, in quanto il 24-esimo fattore è (x-x).

4.15 Il numero più grande

Il numero più grande sarebbe 1... se ne esistesse uno!

4.16 Somma di fattori

Forse vi è sfuggito che i numeri interi possono essere sia positivi che negativi. Ed allora, la somma dei divisori non può che essere 0.

4.17 Cento CD

2x+2x/2+1=3x+1=100. 3X=99 x=33. Ma che bravi questi commessi dei negozi di dischi!

4.18 Il prodotto di 4 numeri interi consecutivi

(x-1)x(x+1)(x+2)=[(x-1)(x+2)][x(x+1)]=(x^2+x-2)(x^2+x)=(x^2+x-1-1) (x^2+x-1+1)=(x^2+x-1)^2-1. Aggiungendo 1 si ottiene un quadrato.

4.19 Due damigiane

Nella prima damigiana il vino prelevato sarà x/90; nella seconda, il vino versato sarà (60-x)/60. Le due quantità devono essere uguali. X=36.

4.20 La piramide umana secondo Tartaglia

Si trova anche sui libri di scuola media superiore che la somma della riga n-esima del triangolo di Tartaglia è 2^{n-1}. Di conseguenza, il numero di elementi che compongono le singole righe è dato da

Riga	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N. elem.	2^0=1	2^1=2	2^2=4	2^3=8	2^4=16	2^5=32	2^6=64	2^7=128	2^8=256

Il numero di elementi che compongono un triangolo di n righe è, quindi, dato dalla somma delle prime n-1 potenze di 2.

$$1+2^1+2^2+2^3+\ldots 2^{n-1}=\sum_{i=0}^{n-1} 2^i=2^n-1$$

Per risolvere il problema posto, quindi, si tratta di risolvere l'equazione 2^n -1 = 202.563 ovvero 2^n = 202.123 Si può risolvere calcolando una dopo l'altra tante potenze di 2 (tante, ma non tantissime). Se uno studente conosce i logaritmi, però, può passare ai logaritmi, non importa di che base, basta che sia sempre la stessa con la formula $n\cdot\log(2)=\log(202.123)$ *e risolvere l'equazione in maniera analitica* $n=\frac{\log(202.123)}{\log(2)}=17{,}6249\ldots$ *. Quindi 17 file e ne* *avanza qualcuno per la 18. E se chiamassimo a raccolta tutti gli uomini del mondo (siamo oltre 7 miliardi) che piramide umana faremmo? Sembra incredibile, ma non riusciremmo a fare una piramide di 33 file. Gli uomini della fila più bassa sarebbero sufficientemente robusti da reggere quelli che stanno sopra? Prendiamo la fila 17. Essa è composta da 2^{16} persone. Le 16 file sopra di loro sono composte da un totale di 2^{16}-1 persone. Quindi ogni uomo della 17-esima fila deve reggere il peso di un po' meno di una persona. Se mettiamo nelle file più alte gli elementi meno pesanti, la piramide dovrebbe reggere. La tabella qui sotto ci aiuta ad avere una visione "empirica" della soluzione del problema, senza ricorrere a logaritmi o altro.*

Fila n.	n-1	Somma di riga = 2^{n-1}	Somma totale = 2^n-1	Peso retto da ognuno nella fila
1	0	1	1	0,000000000000
2	1	2	3	0,500000000000
3	2	4	7	0,750000000000
4	3	8	15	0,875000000000
5	4	16	31	0,937500000000
6	5	32	63	0,968750000000
7	6	64	127	0,984375000000
8	7	128	255	0,992187500000
9	8	256	511	0,996093750000
10	9	512	1.023	0,998046875000
11	10	1.024	2.047	0,999023437500
12	11	2.048	4.095	0,999511718750
13	12	4.096	8.191	0,999755859375
14	13	8.192	16.383	0,999877929688
15	14	16.384	32.767	0,999938964844
16	15	32.768	65.535	0,999969482422
17	16	65.536	131.071	0,999984741211
18	17	131.072	262.143	0,999992370605
19	18	262.144	524.287	0,999996185303
20	19	524.288	1.048.575	0,999998092651
21	20	1.048.576	2.097.151	0,999999046326
22	21	2.097.152	4.194.303	0,999999523163
23	22	4.194.304	8.388.607	0,999999761581
24	23	8.388.608	16.777.215	0,999999880791
25	24	16.777.216	33.554.431	0,999999940395
26	25	33.554.432	67.108.863	0,999999970198
27	26	67.108.864	134.217.727	0,999999985099
28	27	134.217.728	268.435.455	0,999999992549
29	28	268.435.456	536.870.911	0,999999996275
30	29	536.870.912	1.073.741.823	0,999999998137
31	30	1.073.741.824	2.147.483.647	0,999999999069
32	31	2.147.483.648	4.294.967.295	0,999999999534
33	32	4.294.967.296	8.589.934.591	0,999999999767
34	33	8.589.934.592	17.179.869.183	0,999999999884
35	34	17.179.869.184	34.359.738.367	0,999999999942

5 Problemi di fisica

5.1 La Vasca Archimedea per il Moto Perpetuo

La spinta archimedea è conseguenza della diversa pressione che il fluido esercita sulla superficie del cilindro. Ma la pressione, per il principio di Pascal, è sempre perpendicolare alla superficie. Pertanto non avremo, come risultante, una coppia ma una forza passante per il centro e diretta da sinistra verso destra e dal basso verso l'alto (probabilmente). Comunque il cilindro non gira. Si provi a riflettere sul fatto che, se avessimo tolto l'acqua e lasciato il mezzo cilindro nell'aria, la spinta verso il basso della metà in questione sarebbe stata ancora maggiore, ma nessuno avrebbe mai pensato ad una coppia di forze. La stessa cosa succede con i giochi di prestigio: bisogna fare un poco di confusione per nascondere il trucco.

5.2 Un problema di trasporti

Se si incontrano sono entrambe egualmente distanti da Roma. Saranno, invece, più vicine a Roma che a Milano, ma questo è un altro paio di maniche.

5.3 Un problema di mattoni

Sì, in questo modo si può raggiungere una distanza arbitraria in quanto la serie 1/2+1/4+1/6+1/8+... è una serie divergente, anche se molto lentamente e può superare qualsiasi valore. Con 2000 mattoni impilati in questo modo si arriverebbe ad una distanza di 4 mattoni dal centro del primo mattone. Però, se una mosca si posasse sul bordo esterno dell'ultimo mattone...

5.4 La velocità di un'automobile

No. La parte della ruota che tocca la strada è ferma, nell'istante in cui tocca la strada stessa, a meno che, frenando, non si blocchi la rotazione della ruota. La parte della ruota che si trova alla sommità della ruota, invece, sta viaggiando, rispetto alla strada, ad una velocità doppia rispetto a quella cui sta viaggiando l'automobile.

5.5 E ancora un problema sulle ruote

Dipende dal sistema di riferimento e da cosa si intende per ruotare: se per *ruotare intendiamo la velocità angolare, vale a dire l'angolo di rotazione effettuato in un secondo, allora la risposta è comunque no, visto che vediamo la ruota come un sistema rigido e ciò indipendentemente dal fatto che noi consideriamo come centro di rotazione il centro della ruota o il punto di contatto sulla strada. Se consideriamo invece la velocità in metri al secondo allora, se il riferimento è solidale con il centro della ruota, le due velocità sono uguali anche se di verso opposto; se il riferimento è solidale con la strada… si veda il problema precedente.*

5.6 Due sfere uguali

Le due sfere avranno un momento di inerzia diverso, molto maggiore nella sfera cava che nella piena. Facendole ruotare, la sfera cava offrirà più resistenza alla rotazione e, una volta fatta ruotare, manterrà più a lungo il suo stato di rotazione.

5.7 Il barcaiolo ed il fiasco di vino

Rispetto all'acqua del fiume, il fiasco è fermo. Il barcaiolo lo raggiunge, complessivamente dopo mezz'ora. Nel frattempo l'acqua ha percorso un chilometro, quindi l'acqua corre a 2 chilometri all'ora.

5.8 La gita in montagna

Supponiamo che la salita fosse di 6 km. Avrebbe impiegato un'ora a salire e mezz'ora a scendere. Quindi nel tratto in salita/discesa avrebbe percorso 12 km in un'ora e mezza. La sua velocità media, quindi sarebbe stata di 8 km/h, come sul piano. Pertanto lui ha camminato sempre ad una velocità media di 8km/h. Partito alle tre e tornato alle nove di sera, ha camminato per 48 km. Se il tratto fosse stato tutto diritto, si sarebbe trovato a tornare indietro dopo 3 ore. Se il tratto fosse stato tutto in salita si sarebbe trovato a tornare indietro dopo 4 ore. Pertanto, se diciamo che dopo 3 ore e mezza era sulla cima, abbiamo risposto correttamente (liberamente tratto da L. Carrol).

5.9 Una pentola, un bicchiere ed un cucchiaino

Nel bicchiere. Quando il cucchiaino viene messo nella pentola, sposta un volume d'acqua pari al suo volume, mentre messo nel bicchiere in modo che questi continui a galleggiare, viene spostato un volume d'acqua pari al peso *del cucchiaino, che è maggiore del precedente, visto che il cucchiaino ha una densità maggiore dell'acqua. Se si fosse trattato di un pezzo di legno, che galleggia nell'acqua, il risultato sarebbe stato, invece, lo stesso nei due casi.*

5.10 Viaggi aerei

Maggiore, perché il tempo in cui il vento soffia a favore e minore di quello in cui soffia contro. Se preferite l'algebra, sia s è la distanza, V la velocità dell'aereo e v quella del vento. Senza vento il tempo impiegato è t=2s/V. Con il vento il tempo sarà, invece

$$T=\frac{s}{V+v}+\frac{s}{V-v}=\frac{s(V-v)+s(V+v)}{V^2-v^2}=\frac{2sV}{V^2-v^2}>\frac{2sV}{V^2}=\frac{2s}{V}$$

5.11 Giro veloce

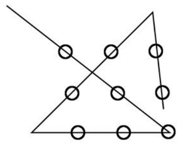
A 60 km/h impiego 2 minuti a fare due giri. A 30 km/h ho già impiegato 2 minuti a farne uno!

5.12 Scuola di cucina

Non lo so quando bollirà l'acqua, ma sicuramente impiegherà più di 10 minuti, perché ai 10 minuti necessari per far bollire i due litri che ci sono già nella pentola bisognerà aggiungere quelli necessari per portare da 90 a 100 gradi il litro aggiunto. Bisogna poi tenere presente che nel travaso l'acqua che ha 90 gradi si raffredda un poco e quindi ...

6 Problemi di topologia

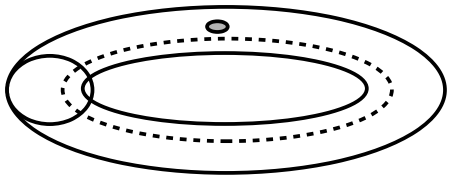
6.1 Nove punti



6.2 L'anello di Möbius

Una sola. Ci sono molte osservazioni interessanti sull'anello di Möbius. Provate, ad esempio a tagliarlo lungo la mezzeria. Provate a tagliarlo anche una seconda volta.

6.3 Anelli concatenati



Consideriamo una ciambella con un buco (ad esempio una camera d'aria) e su di essa disegniamo due anelli come nella figura: l'anello orizzontale e più grande è stato disegnato sulla superficie interna della ciambella e quello verticale e più piccolo sulla superficie esterna; sono due anelli legati tra di loro. Rivoltando la ciambella attraverso il foro (mi si dice che è possibile farlo), gli anelli che prima erano intersecati non lo sono più.

6.4 Acqua, luce e gas

Non è possibile!

6.5 Piegare un foglio di carta e poi tagliare

Siano V le piegature fatte in verticale (nel nostro caso 3) ed O quelle fatte in orizzontale (nel nostro caso 4). E' facile verificare che avremo $(2^v+1)(2^o+1)$ *rettangoli; nel nostro caso 153.*

6.6 Scacchiera e domino

Non è possibile farlo. La spiegazione è molto semplice, ma profonda. Ogni tessera del domino deve necessariamente coprire una casella bianca ed una nera, ma, con i due tappi, avete coperto o due caselle bianche o due nere e quindi le caselle bianche e nere non sono più in numero uguale.

7 Problemi di probabilità e calcolo combinatorio

7.1 Tre monete

Il secondo ragionamento è falso: esso è la soluzione di un problema diverso che dice che se sappiamo che due date monete hanno la stessa faccia, qual è la probabilità che la terza la mostri anche?

7.2 Partite in famiglia

Sia p la probabilità di battere il padre e P quella di battere la madre. Consideriamo la probabilità di vincere iniziando dalla madre:

$$PpP + Pp(1-P)+(1-P)pP=Pp(2-P)$$

Se invece inizia dal padre, la probabilità di avere i soldi è data da pP(2-p) (basta invertire p e P nell'espressione precedente). Poiché p<P ne consegue che la probabilità di vincere è maggiore se inizia con il padre.

7.3 Un'eredità difficile

Consideriamo i pozzi di petrolio: essi potranno venir divisi in tanti modi quante sono le diverse parole che si possono fare con 5 P e 3 B. La parola PPBPBBPP starebbe a significare, infatti che il primo figlio chiede un Pozzo, un altro Pozzo e poi Basta; il secondo chiede un Pozzo e poi Basta.; il terzo dice subito Basta, il quarto prende i pozzi rimanenti. Di conseguenza i pozzi di petrolio possono venir ripartiti in $\frac{(5+4)!}{5!4!}$ *modi. Per ognuno di questi modi si calcoleranno, in maniera analoga, i modi di ripartire le Rolls Royce ed i dromedari. Il prodotto delle tre soluzioni parziali sarà la soluzione generale del problema. Se poi i pozzi di petrolio fossero diversi tra loro, allora...*

7.4 Due fidanzate e gli orari della metropolitana

Purtroppo è possibile. Basta che gli orari della metropolitana siano tali per cui arriva un treno verso sud e dopo un minuto uno verso nord; dopo 9 minuti un altro verso sud e così via.

7.5 Compleanno insieme

La probabilità è più alta di quanto possa sembrare. Consideriamo intanto il caso che siano nati tutti in giorni diversi: il primo allievo può essere nato in un giorno qualsiasi, quindi la probabilità che la sua data di nascita vada bene è 1; il secondo ha a disposizione 364 giorni su 365, il terzo 363,... Troviamo allora che la probabilità che siano nati tutti in giorni diversi è solo p= $1 \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{341}{365} = 0{,}431\ldots$ *. Vale a dire che che è maggiore la probabilità che due allievi siano nati nello stesso giorno che il contrario. Ci avreste scommesso? Ben diverso sarebbe stato il risultato se vi si fosse chiesto qual è la probabilità che un altro allievo sia nato nello stesso giorno vostro. Perché?*

7.6 Maschi e femmine

Nel primo caso abbiamo, tre eventi possibili (MM,MF,FM) ed uno favorevole: p=1/3. Nel secondo gli eventi possibili sono solo due (MF e MM) e quindi la probabilità sarà 1/2.

7.7 Gli uomini litigiosi

Sia F_{10} *l'insieme delle file possibili e* N_{10} *il numero di elementi di questo insieme (si dice cardinalità).* F_{10} *può essere pensato composto aggiungendo ad un elemento di* F_9 *una donna, oppure aggiungendo ad un elemento di* F_9 *che non termina con un uomo, un ulteriore uomo. Gli elementi di* F_9 *che non terminano con un uomo sono tutti gli elementi di* F_8 *ai quali è stata aggiunta una donna alla fine. Pertanto* $N_{10} = N_9 + N_8$*, ed in generale* $N_n = N_{n-1} + N_{n-2}$*. Poiché è facile verificare che* $N_2=3$ *("ff", "mf", e "fm") e* $N_1=2$ *("f" ed "m"), si trova che la soluzione generale del problema è data dalla successione di Fibonacci:*$N_1=2$*,* $N_2=3$*,* $N_3=5$*,* $N_4=8$*,* $N_5=13$*,* $N_6=21$*, ...*

7.8 Come vincere alla roulette

Come sottolinea lo stesso Gamow il metodo non va bene. Esso è un metodo complicato per puntare alla roulette, cominciando da importi piccoli e andando via via a crescere in modo, però, da poter recuperare le somme perdute con le possibili vincite future. Andrebbe altrettanto bene puntare un gettone su 35 dei 36 numeri. Poiché il numero che esce viene pagato 36 volte, *si vincono ogni volta che esce uno dei 35 numeri puntati 36 gettoni, guadagnandone 1. Però una volta ogni tanto verrà fuori il numero non puntato e se ne rimetteranno 35. In questo caso la puntata successiva dovrà essere di 2 gettoni su ogni numero per recuperare la perdita. Tutti i metodi hanno il difetto di condurre alla possibilità di perdere somme molto grandi se per esempio si ripete per più volte la sequenza sfortunata. Questi metodi, se avessimo un capitale infinito ci farebbero restare in pari, ma poiché il capitale non è infinito ci condurranno inesorabilmente ad una bancarotta. E in tutti questi ragionamenti si è trascurato lo 0 (ed eventualmente il doppio 0) con il quale si perde sempre. Il miglior modo per vincere alla roulette e ad ogni gioco di azzardo è quello di non giocare. A proposito, per il professore di matematica 0 è pari o dispari?*

7.9 Ancora sulla roulette

Poiché lo 0 non è né rosso né nero, la probabilità che esca un numero rosso è $p_r = 0.486486486...$ *La probabilità che escano 25 rossi di fila è* $p_r^{25} = 1.502.... \cdot 10^{-8}$. *Mi dicono che una roulette fa circa 500 giocate al giorno, vale a dire circa 180.000 all'anno. Però in un casinò ci sono più roulette ed i casinò nel mondo sono molti; non sono esperto, ma se ci fossero 370 ruote che girano nei casinò del mondo (e credo ce ne siano di più) l'evento si potrebbe verificare una volta all'anno. Si veda a tal proposito il problema "Voglio un figlio maschio" più avanti.*

7.10 Ancora con il totocalcio

Le colonne che hanno solo 1 e 2 sono 2^{13}. *Altrettante sono quelle che hanno solo 1 e x e 2 e x. Pertanto dalle* 3^{13} *colonne dovremo togliere* $3 \cdot 2^{13}$ *colonne. Così facendo però contiamo due volte le colonne fatte tutte di 1, tutte di 2 e tutte di x. Pertanto il numero totale è*

$$3^{13} - 3 \cdot 2^{13} + 3$$

7.11 Le pistole del West

Se gli avventori sono solo due, il problema si risolve semplicemente: $M_2=1$; *c'è, infatti, un modo solo per farlo. Se gli avventori sono tre, può dare due pistole diverse al primo e la scelta è unica per gli altri due, quindi* $M_3=2$. *Più interessante è la soluzione nel caso generico di n avventori. Sia* M_{n-1} *il nu-*

mero di modi di dare le pistole a n-1 avventori ed M_{n-2} il numero di modi di darle ad n-2, allora il numero di modi per consegnare le pistole ad n avventori è $M_n = (n-1)(M_{n-1}+M_{n-2})$. La formula si giustifica così: nota la soluzione per n-1 ed n-2, se aggiungiamo un avventore, gli potremo dare la pistola in n-1 modi. Per ognuno di questi modi ho certamente M_{n-1} modi di dare le altre agli altri avventori. Supponiamo, però, di dare ad A la pistola di B. Negli M_{n-1} modi non è inclusa che B riceva la pistola di A (abbiamo operato, in maniera implicita, una specie di sostituzione di proprietà $A \leftrightarrow B$). Ma B può avere la pistola di A ed in questo caso abbiamo altri M_{n-2} di dare le pistole agli altri. Da questo problema possiamo trarre un insegnamento: non vale la pena bere e ancora meno spararsi addosso.

7.12 Eventi improbabili

Le variabili non sono indipendenti. L'ultimo giorno dell'anno è sempre anche l'ultimo giorno del mese. E l'ultimo giorno dell'anno, una volta su 100, è anche l'ultimo giorno del secolo. L'ultimo giorno del secolo è l'ultimo giorno del millennio una volta su dieci. E quest'ultimo giorno sarà proprio una domenica, ultimo giorno della settimana, una volta su sette! Quindi, ricapitolando: abbiamo

$$p=1\cdot\frac{1}{100}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{7000}$$

Il che è evidente anche riflettendo sul fatto che, mediamente, una fine di millennio su sette cadrà in un diverso giorno della settimana.

7.13 Voglio un figlio maschio

Dipende dalla probabilità che hanno i maschi e le femmine di nascere. Nascono più maschi che femmine, le quali, però hanno una minor mortalità e rapidamente sopravanzano i maschi che muoiono prima. Le popolazioni di maschi e femmine sono, in ogni caso e comunque, proporzionali alle due probabilità. Ho provato a simulare con il calcolatore una popolazione del genere con probabilità 0,5 per entrambi i sessi. In quel paese ci saranno metà maschi e metà femmine. Su una popolazione di 100.000 famiglie, nella mia simulazione, c'è stata una famiglia che ha avuto 20 femmine prima che nascesse il sospirato maschio.

8 Giochi

8.1 Il NIM: versione con i numeri

Per vincere si deve mettere l'avversario in condizione di togliere un numero da un successivo di un multiplo di n. Sia z il numero tolto dall'avversario, si dovrà allora togliere sempre n-z. Nell'esempio se il primo toglie n, ed il secondo 4-n, il secondo vince sempre.

8.2 Il NIM: versione con i fiammiferi

Lasciare all'avversario la prima mossa e, scritti i numeri dei fiammiferi delle righe in forma binaria lasciare all'avversario una configurazione tale che la somma delle cifre binarie di pari valore (unità, decine,...) sia sempre un numero pari. Questa configurazione ad esempio avrebbe le righe di valore 1, 11, 101 e 111. La somma delle unità dà come risultato 4, quella delle decine 2 e quella delle centinaia 2. Lasciare, quindi, sempre all'avversario configurazioni in cui la somma delle unita binarie, decine binarie, ecc. è sempre un numero pari.

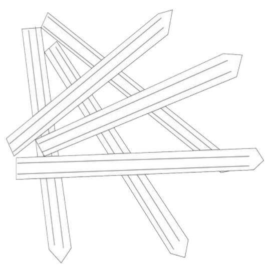
8.3 Una variante della tria

Vince sempre il primo se mette al centro

8.4 Disporre 5 monete

Posare una moneta sul tavolo e altre due sopra di essa in contatto tra di loro. Mettere le ultime due monete posate sulla moneta di base a contatto con le altre due e in piedi e a contatto tra di loro in modo da formare una V rovesciata, come le carte nei castelli di carte.

8.5 Disporre 6 matite



8.6 Due bulloni

Restano fermi.

8.7 Milleottantanove

Potete anche passarlo per precognizione, ma non ripetetelo più di una volta!

8.8 Precognizione 1

Se numeriamo le colonne da 1 a 7 e le righe da 0 a 6, ogni numero della tabella può essere scritto come c+7r, dove c è la colonna ed r la riga. Qualunque scelta voi abbiate fatto, avrete un numero preso dalla colonna 1, uno dalla 2,... ed uno dalla riga 0, uno dalla 1, ... per cui avrete che, indipendentemente dalla scelta fatta dei numeri, la somma sarà data dall'espressione 1+2+3+4+5+6+7 + 0+7+14+21+28+35+42 = 175. La regola generale, per una tabella di n×n è

$$somma=\sum_{i=1}^{n} i+n\sum_{i=1}^{n-1} i=\frac{n(n+1)}{2}+n\frac{(n-1)n}{2}=\frac{n^2+n+n^3-n^2}{2}=\frac{n^3+n}{2}$$

Se vi interessa, per tabelle di altre dimensioni, il risultato sarà (nella prima riga scegliete la dimensione della tabella e nella seconda troverete il risultato):

Dim.	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***11***
Ris.	*5*	*15*	*34*	*65*	*111*	*175*	*260*	*369*	*505*	*671*
Dim	***12***	***13***	***14***	***15***	***16***	***17***	***18***	***19***	***20***	***21***
Ris.	*870*	*1105*	*1379*	*1695*	*2056*	*2465*	*2925*	*3439*	*4010*	*4641*

Se volete dimostrare poteri paranormali, non ripetete mai il gioco con una tabella delle stesse dimensioni, altrimenti...

8.9 Precognizione 2

Il trucco è abbastanza semplice: quando prendete un numero tra 1 e 9 e lo moltiplicate per 9 il risultato è o 9 o un numero la somma delle cui cifre è 9. Quindi, da questo punto in poi, qualunque numero sia stato pensato inizialmente, tutti hanno in testa il numero 9. Dovete suggerire i colori, senza dar *troppo nell'occhio, per evitare che qualcuno vi dica "color nocciola" che farebbe fallire il gioco.*

8.10 Pensare ad un numero da 1 a 63

Le tabelle, che sono state inserite alla rinfusa per fare un po' di confusione, si basano sulla scrittura dei numeri in forma binaria. In esso ci sono solo due cifre 0 ed 1 ed i numeri da 1 a 63 si scrivono: 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 10000, 10001, 10010, 10011, 10100, 10101, 10110, 10111, 11000, 11001, 11010, 11011, 11100, 11101, 11110, 11111, 100000, 100001, 100010, 100011, 100100, 100101, 100110, 100111, 101000, 101001, 101010, 101011, 101100, 101101, 101110, 101111, 110000, 110001, 110010, 110011, 110100, 110101, 110110, 110111, 111000, 111001, 111010, 111011, 111100, 111101, 111110, 111111. I numeri che hanno 1 come ultima cifra a destra si trovano nella tabella A che inizia con 1 e sono tutti dispari. I numeri che hanno 1 come penultima cifra si trovano nella tabella D che inizia con 2, quelli che hanno 1 come terzultima cifra si trovano nella tabella C, e così via. Se avete pensato al numero 1 lo trovate solo nella tabella A, se avete pensato al numero 2 lo trovate solo nella tabella D. Ma se avete pensato al numero 3, che in binario si scrive 11, lo trovate sia nella tabella A che nella D ed infatti 1+2 = 3. Se andiamo avanti, il 4 che si scrive 100 lo troviamo nella tabella C. Il 5 che si scrive 101 lo troviamo nella tabella A e nella C ed infatti 5=4+1. Il 6 si scrive 110 e lo troviamo nelle tabelle C e D: 4+2=6. il 7 si scrive 111 e lo troviamo nelle tabelle A, C, e D ed infatti 7=1+2+4. E così via.

8.11 Pensare ad un numero da 10 a 99

Siano d le decine del numero e u le unità. Il numero pensato si può scrivere come 10d+u. Le operazioni suggerite lo trasformano in 10d + u – d – u =9d. Quindi il numero che ne risulta è multiplo di 9. E la somma delle cifrte sei multipli di 9 dà sempre 9.

Indice analitico

1024 euro 34
1999 34
Acqua e vino, mescolare 44
Acqua, luce e gas 50
Aereo, viaggio in 49
Amebe. moltiplicazione delle 27
Anelli concatenati 50
Anelli incatenati 21
Anelli olimpici 40
Anello di Möbius 50
Angolo retto è ottuso 37
Angurie 45
Anni 31
Area 37, 40
Autobus 20, 22
Autostrada Roma Milano 47
Azioni 31
Barcaiolo e fiasco di vino 48
Biciclette dei cinesi 20
Bosco 22
Bottiglie da un litro 29
Bulloni 55
Buzzati 58
Caffè amaro 24
Calzini 21
Cane legato per il collo 25
Capelli in testa 20
Capra e cavolo 19
Carceri, sovraffollamento delle 20
Carte geografiche, coloritura delle 17
Centesimo di Euro dopo 2000 anni 30
Cento CD 46
Cerchio con due rette 25
Circonferenze uguali 37
Coccodrillo 20
Compleanno insieme 53
Contare i vertici 42
Corda. taglio della 28
Cubo 32
Cuciture del pallone 31
Cuoco e le uova 28
Diagonale del quadrato 38
Dimmi chi 5 33
Dimmi chi 6 32
Dita di una mano 28
Divisione 29
Divisore 29
Due damigiane 46
Egitto, antico 40
Elefante e topo 43
Età di Michela 22
Euro a rotoli 40
Fiat lux 22
Fidanzate e metropolitana 52
Figlia buona 21
Figlio maschio, voglio un 54
Figura tagliata 38
Fiori, un mazzo di 23
Foglio di carta 35
Fondazione di Roma 29
Foro della sfera 38
Forte, chi è più 19
Fossato troppo largo 41
Frasi strane 25
Fratelli 32
Fratelli pecorai scozzesi 27
Fratelli, età dei tre 27
Fustino di detersivo 24
Gatto, il passo del 17
Gatto, quanti topi mangia 17
Giorno di nascita 31
Giro veloce 49
Gita in montagna 48
Gradini di casa mia 34
Ideogrammi, successione di 19
Indovina un numero 43

Inflazione 25
Interrogazione a sorpresa 18
Io sono il Papa 24
Ladri e damigiana 27
Lancette 1 35
Lancette 2 35
Lancette 3 35
Leonardo, l'uomo di 63 e seg.
Logica 18
Lumaca ed il muro 28
Mandelbrot, insieme di 64
Mariti gelosi 19
Maschi e femmine 53
Maschio, voglio un figlio 54
Matite, disporre 6 55
Mattoni che sporgono 47
Mescolare 44
Mesi 22
Messaggeri, i sette 58
Metropolitana e fidanzate 52
Mezzi litri 33
Milleottantanove 55
Misure 33
Misure strane 33
Möbius, anello di 50
Moltiplicazione 31, 33
Moltiplicazione di 5 numeri 31
Monete 18, 29, 39
Monete, disporre 5 55
Monete, probabilità lanciando 52
Mosca e ragno 41
Nim 55
Nim: versione con i fiammiferi 55
Numeri da 1 a 6 34
Numeri importanti 29
Numeri primi capovolti 24
Numero di 5 cifre 31
Numero periodico 34
Numero più grande 30
Numero più grande, il 45
Numero strano 21
Numero, pensa ad un 45
Nuotata 23
Operazione strana 33
Orologio della torre 33
Orso, la storia del 17
Palline 32
Paradosso algebrico 43 e seg.
Parola d'ordine 19
Partite a carte 52
Pastiglie 33
Pensare ad un numero da 1 a 63 56
Pensare ad un numero tra 10 e 99 57
Pentola, bicchiere e cucchiaino 48
Perle 29
Piegare un foglio di carta e poi tagliare 50
Piramide umana e Tartaglia 46
Pistole del West 54
Pizze con lo sconto 17
Ponte pericolante 24
Portamonete pieno di Euro 24
Precognizione 1 56
Precognizione 2 56
Presidente della Repubblica 18
Prodotto di 4 numeri consecutivi 46
Prodotto di binomi 45
Quadrati tra 50 e 59 35
Quattro conti 30
Rompicapo geometrico 37
Roulette 53
Roulette, vincere secondo Gamow 53
Ruote dell'auto 48
Scacchiera e domino 50
Scala da una nave 18
Scavalcare una matita 25
Sceicco, eredità dello 44, 52
Scoperta geniale 23
Scuola di cucina 49
Secchio di sabbia 45
Sei figli e cinque patate 23
Serie 44
Sette messaggeri 58

Sezione aurea 62
Sfere uguali 48
Sistema 45
Somma 31
Somma dei primi n numeri dispari 34
Somma dei primi n numeri pari 35
Somma di fattori 45
Somme 30
Spugna, un colpo di 41
Stenaritmia 28
Strade 39
Successione 22, 30
Successione, un'altra ancora 25
Tamponamento 33
Tante case 26
Tappo 19
Tappo tondo o quadrato 41
Tarlo dei libri 22
Topo ed elefante 43
Totocalcio 54
Tovaglie 39
Tre coppie di coniugi 43
Tre per tre 32
Tre sacchetti di confetti 26
Tria, variante 55
Triangoli sono isosceli 39
Trisezione del cerchio 40
Ultimo giorno del secolo 54
Un'altra casa 26
Una casa 25
Uomini litigiosi 53
Vasca per il moto perpetuo 47
Velocità dell'auto 47
Venti 23
Ventuno 24
Viale del tramonto 32
Viandante al bivio 17